

НОВОЕ  
В ЖИЗНИ, НАУКЕ,  
ТЕХНИКЕ

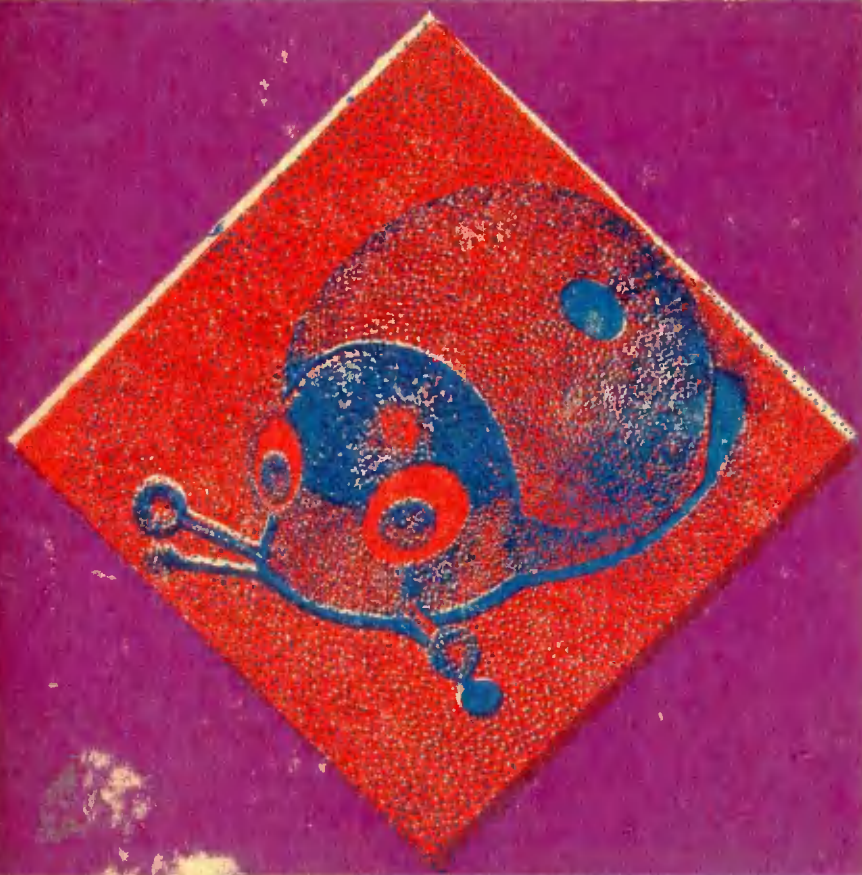
ЗНАНИЕ

7/1974

СЕРИЯ  
ТЕХНИКА

В.А. Веников

О МОДЕЛИРОВАНИИ



Веников В. А.

В 29 О моделировании. М., «Знание», 1974.

64 с. (Новое в жизни, науке, технике. Серия «Техника», 7, издаётся с 1961 г.)

Брошюра посвящена моделированию — одному из мощных инструментов современной науки и техники. Автор показывает на ряде конкретных примеров место и роль моделирования в системе наук, ее все возрастающее значение для практических нужд. Подробно рассматриваются виды моделирования: полное, приближенное, материальное, натурное, математическое, кибернетическое, вероятностное и т. д., а также сами модели — аналоговые, пространственные, структурные, цифровые, функциональные.

Материал рассчитан на читателя, интересующегося проблемами техники.

30100

6

## Моделирование и познание

Моделирование как метод исследования известно уже очень давно, со времен Леонардо да Винчи и Галилея; несмотря на это, оно находит все новые применения, более многообразными становятся его формы; метод непрерывно обновляется. Приемы моделирования используются и в экспериментальных исследованиях и в теоретических разработках, в конкретном техническом проектировании и в построении абстрактных логических схем и в других задачах. Поэтому многие авторы затрудняются дать исчерпывающее единое определение моделей, справедливое для всех отраслей знания. В общем случае модель можно определить как некий промежуточный объект (например, явление, процесс, система, установка, некоторое знаковое изображение), находящийся в отношении подобия к исследуемому объекту (натуре). Но если так, то необходимо кратко определить, что такое подобие. Простейший хорошо известный вид подобия — геометрическое. Например, если равномерной деформацией одну фигуру можно превратить в другую — подобную (так, у подобных треугольников стороны пропорциональны, а углы равны). Более сложно подобие процессов, протекающих во времени и в пространстве. Здесь уже в подобных точках пространства сходственные величины, характеризующие процессы в модели и оригинале (например, скорость, токи, ускорения и т. д.), должны быть пропорциональны.

Говоря о моделировании, следует различать два его аспекта. Первый — общий метод научного исследования, полезный при решении самых общих философских



и общенаучных проблем; второй — моделирование как инструмент решения конкретных научно-технических задач. Приемы анализа и аппарат решений здесь различны, но сущность метода одинакова.

Бесспорно, что в современном глубоком синтезе наук большую роль играет математика, и значение аналитических методов в общей системе научных исследований и открытий возрастает. Однако и значение всех видов экспериментов, проведению которых содействуют модели, вовсе не уменьшается. Ученые все более проникаются пониманием того, что даже самая абстрактная теория обобщает практический опыт и что конечный критерий любой теории — практика, в том или ином виде специально поставленный эксперимент. Быстрое и плодотворное, действительно целенаправленное развитие научных дисциплин и их разделов возможно только в том случае, если рука об руку с анализом будут применяться экспериментальные методы.

Упрощенно связывая понятие модели и моделирования только с непосредственной (визуальной) наглядностью и отмечая ненаглядность современных сложных физических теорий, иногда считают закономерным отказ от методов моделирования. Но суть в том, что понятие наглядности так же, как и само понятие модели, изменяется и развивается. Так, если в XIX веке наглядность связывалась только с механическими представлениями и Кельвин говорил, что он не может понять ни одно явление, пока не представит себе его механической модели, то теперь механические явления зачастую объясняются через электрические, а модели приобретают самые разнообразные формы.

Роль моделирования и лежащей в его основе теории подобия с точки зрения теории познания заключается в той помощи, которую они оказывают при вскрытии связей качественных и количественных сторон в явлениях одинаковой физической природы. Однако установление подобия между разнородными по физической сущности явлениями также возможно. В природе вследствие ее материального единства имеются некоторые общие соотношения и простейшие формы. Это позволяет делать широкие обобщения, отвлекаясь в процессе познания от деталей происходящих явлений. Именно обобщение данных современного естествознания — од-

на из актуальных задач диалектического материализма; отсюда становится ясна мировоззренческая роль теории подобия.

Любое явление в природе есть совокупность изменений той или иной материальной системы. Каждое из таких изменений представляет собой определенный процесс, в ходе которого меняются величины, характеризующие состояние системы (параметры состояния или параметры режима). Процессы могут быть подобны, если между ними будет существовать соответствие, определяемое критериями подобия. Последние в простейшем случае — безразмерные комплексы параметров самих процессов и той системы, в которой они протекают. Основное положение теории подобия гласит, что процессы, в которых критерии подобия равны, — подобны.

Существенная особенность критериев подобия — их безразмерность; физические характеристики, входящие в выражение любого критерия, таковы, что все размерности сокращаются, поэтому величина критерия — число отвлеченное и, таким образом, сохраняющее одно и то же значение в любой системе единиц.

Покажем, как находится простейший критерий подобия, определяющий подобие движения одной (оригинал) системы материальных тел 1 другой (модель) — 2, имеющей иные размеры. Предположим, что в расположении тел имеется геометрическое подобие  $\frac{l_1}{l_2} = \dots$

$\frac{l_x}{l_y} = idem = m_l$ ; здесь «idem» означает соответственно одинаково в модели и оригинале,  $m_l$  — масштаб. Предположим, что системы подобны динамически, т. е. массы  $M$ , силы  $F$ , скорости  $v$  и ускорения  $a$  находятся в соотношениях:

$$\frac{M_1}{M_2} = m_M ; \frac{F_1}{F_2} = m_F ; \frac{V_1}{V_2} = m_V ; \frac{a_1}{a_2} = m_a .$$

Движение в этих системах может рассматриваться в разном масштабе времени:

$$\frac{t_1}{t_2} = m_t .$$

Каково же должно быть соотношение между параметрами и их масштабами, чтобы условия подобия, по-



стулированные выше, соблюдались? Чтобы получить его, запишем для системы 1 основной закон динамики:  $F_1 = M_1 a_1$ . Предполагая, что все записанные выше соотношения соблюдаются, представим  $F_1$  через параметры

системы 2. Учитывая при этом, что  $a = \frac{d^2 l}{dt^2} \equiv \frac{\Delta l}{\Delta t^2} \equiv \frac{l}{t^2}$ .

$$\text{Запишем } F_1 = M_1 a_1 = m_M M_2 \frac{m_l l_2}{m_l^2 t_2^2} = \frac{m_M m_l}{m_l^2} M_2 \frac{l_2}{t_2^2} = m_F F_2.$$

Поскольку  $M_2 \frac{l_2}{t_2^2} = M_2 a_2 = F_2$ , то, следовательно,

$$\frac{m_M m_l}{m_l^2} = m_F; \quad \frac{m_M m_l}{m_F m_l^2} = 1.$$

Это значит, что между масштабами должны быть следующие соотношения:  
или

$$\frac{m_M m_l}{m_F m_l^2} = \frac{\frac{M_1}{M_2} \cdot \frac{l_1}{l_2}}{\frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{t_1^2}{t_2^2}} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{M_1 l_1}{F_1 t_1^2} = \frac{M_2 l_2}{F_2 t_2^2} = \frac{M l}{F t^2} = idem.$$

Это последнее соотношение и есть то, которое у подобных явлений одинаково, т. е. оно является **критерием подобия** (критерий установлен еще Ньютоном и носит его имя).

Для многих физических явлений установление критериев подобия не только оказалось полезно, но и было исключительно важно, так как их описание производится именно с помощью критериев подобия или, иначе, в **критериальной форме**. Названия критериев подобия увековечивают имена их первооткрывателей. Таков, например, приведенный нами выше критерий Ньютона, относящийся к механике. В гидравлике широко применяется критерий Рейнольдса, в теплотехнике — Нуссельта и Прандтля, а в аэродинамике знаменитое число «М» есть не что иное, как критерий подобия, носящий имя Маха. В Приложении табл. 1 приведены такие общие критерии подобия, широко используемые в различных исследованиях в качестве основы для постановки экс-

перимента и обработки результатов расчетов или опытов.

Критерии подобия процесса могут быть найдены, если известно его математическое описание или хотя бы та совокупность параметров, которой в данной задаче и в данных условиях можно характеризовать изучаемое явление. Однако история дает нам немало примеров, когда создатели моделей не знали критериев подобия и не пользовались ими. Именно так обстояло дело на заре моделирования в технике. Подобная ситуация, в частности, наблюдается и ныне в тех областях науки (биология, медицина), где по тем или иным причинам математика еще в достаточной мере не пришла на помощь ученым и количественные оценки явлений только еще начинают проникать в методологию исследований.

Не пытаясь излагать здесь систематически историю теории подобия и моделирования, заметим, что их становление связано с развитием математического описания явлений в различных отраслях науки. Таким образом, теория эксперимента, которая, по существу, включает в себя методы подобия и моделирования, развивалась и развивается в тесной связи с математизацией соответствующих наук. Если говорить о физических и технических дисциплинах, то проникновение в них методов теории подобия и моделирования можно условно охарактеризовать кривой А на рис. 1. Начало этой кривой отражает работы, связанные с именами Леонардо да Винчи и Галилея. Хотя в этом начальном периоде Ньютоном, Фурье и Бертраном уже были заложены основы современной теории подобия, но развитие моделирования вплоть до середины XIX века шло довольно медленно. И лишь с этого времени с общим бурным развитием физических наук и техники оказались связаны многочисленные практические применения моделирования.

Так, крупный русский ученый В. Л. Кирпичев стал широко применять в артиллерийском, строительном деле и в различных технических задачах методы подобия. Интересная модель была создана более ста лет тому назад русским инженером-строителем железнодорожных мостов Д. И. Журавским. Он разработал способ определения сил, сжимающих или растягивающих каж-

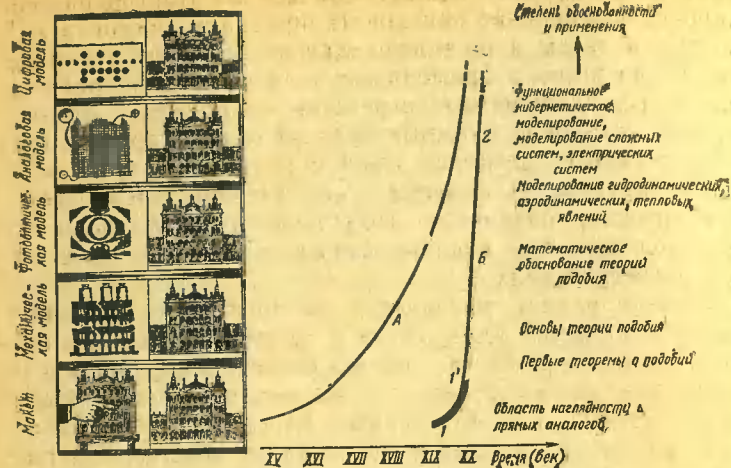


Рис. 1. Развитие методов моделирования.

дый стержень фермы моста, и показал, что их нагрузки неодинаковы. Соорудив модель из металлической проволоки, Журавский продемонстрировал на ней распределение нагрузок. Опыт на сравнительно примитивной модели с полной убедительностью подтвердил математическую теорию и дал материал для дальнейших исследований.

Почти сто лет тому назад английские ученые-кораблестроители У. Фруд и В. Рид создали теорию моделирования кораблей, развитую далее у нас академиком А. Н. Крыловым.

Моделирование не сразу получило признание. Поучительным примером может служить история гибели броненосца «Кэптен», построенного в 1870 г. в Англии. Исследования В. Рида, проведенные на модели этого корабля, показали, что он должен опрокинуться даже при небольшом волнении. Адмиралтейству сообщили, что отправлять «Кэптен» в море невозможно. Но заявление ученого, обоснованное опытом с какой-то «игрушечной моделью», не было даже серьезно рассмотрено. При выходе в море «Кэптен» перевернулся и 523 моряка погибли.

Можно было бы привести еще много примеров недоверия к методам моделирования и даже противодей-

ствия их внедрению. Однако они все же быстро нашли широкое применение при конструировании мостов и кораблей, а затем и во многих других областях техники. Они стали широко применяться и при изучении работы различных технических агрегатов, например, котлов, турбин, установок атомных станций — реакторов и насосов жидкого металла, вентиляционных устройств и многих других. На моделях стали изучать течение водных потоков, различные гидродинамические явления, происходящие при мощных взрывах, и даже явления при землетрясениях.

Моделирование оказалось полезнейшим инструментом при изучении ядра атома и ядерных превращений. Так, Нильс Бор, изучая механизм передачи энергии в атоме, предложил модель в виде аналога между подогретой каплей и возбужденным ядром атома. Оказалось, что можно мысленно сопоставить испарение и радиоактивность. Ведь в ядре тоже есть силы, цементирующие между собой его части. И прежде чем нейтрон, протон или альфа-частица вылетят наружу, они должны преодолеть эти силы<sup>1</sup>.

Стремясь к еще большей наглядности, Бор дополнил свою мысленную модель вещественной. В чашеобразное углубление стола он поместил стальные шары. Сами собой они не могли оттуда выкатиться. Но если послать в углубление еще один шар, то все остальные начинали очень быстро двигаться в чаше, а иногда один из них выкатывался наружу.

Модель, несмотря на ее простоту, помогла ученым не только описать основные черты цепной реакции в недрах атома, но и сделать удивительные предсказания. Н. Френкель, например, пришел к выводу о возможности самопроизвольного распада тяжелых ядер; Бор, далее, указал на свойства изотопа урана-235 с нечетным числом протонов и нейтронов (вероятность его деления гораздо выше, нежели более распространенного урана-238). Оба предсказания вскоре блестяще подтвердились.

Иногда говорят: «Аналогия — не доказательство», «Модели нельзя верить»... Но ведь если разобраться, можно легко понять, что ученые и не стремятся только

<sup>1</sup> Из беседы с Д. И. Блохинцевым. — «Техника молодежи», 1973, № 4.



таким путем доказать что-нибудь. Разве мало того, что верно увиденное сходство дает могучий импульс творчеству? Опыт параллельной работы двух теоретиков говорит нам: аналогия способна скачком выводить мысль на новые, неизведанные орбиты, и безусловно правильно положение о том, что аналогия, если обращаться с ней с должной осторожностью, — наиболее простой и понятный путь от старого к новому. Но всякая аналогия имеет определенные границы. Истинно новое никогда не содержится в старом, и, познавая законы природы, следует учиться видеть не столько старое в новом, сколько новое в старом (по Д. И. Блохинцеву).

В последнее время развитие моделирования отличается концентрация внимания к созданию методов изучения сложных систем, например энергетических, — большие искусственные (созданные человеком) системы. Среди новых, ориентированных на такие задачи методов наибольшее значение имеют обобщенное и кибернетическое моделирование, которых мы еще коснемся ниже.

Но обратимся вновь к рис. 1. Второе направление, характеризующее кривой *Б*, касается моделирования при решении биологических задач, где в конечном счете необходимо изучать также сложные системы (естественные) и в этом смысле во втором направлении есть нечто общее с первым. Правда, оно пока еще не так математически обосновано, как первое. Само развитие комплекса биологических наук, до настоящего времени очень мало опиравшееся на математический анализ, не давало возможности для таких обоснований и для получения количественных соотношений в биологическом моделировании.

Новый этап в развитии моделирования, условно показанный отрезком *1—1'* на кривой *Б*, часто характеризуется пока еще прежними представлениями о модели как о чем-то, внешне похожем на оригинал или имеющем некоторые, схожие в том или ином отношении функции.

В самом деле, моделируя биологические объекты, Шеннон, исходя из принципов кибернетики, создает свою знаменитую «мышь» (см. рис. на обложке), а Уолтер — «черепаху», не ориентируясь на какие-либо математически выраженные критерии подобия. Модели мы-

ши и черепахи не воспроизводят каких-либо физических процессов (и тем более биологических) в живом организме, но они дают «внешнюю похожесть» функций; как та, так и другая отыскивают «пищу» (для моделей это магнит), запоминают к ней дорогу — моделируют некоторые функции.

Шеннон и Уолтер как бы возвращаются (разумеется, на новом уровне) к представлениям Леонардо да Винчи, воспроизводя в своих моделях некоторые функции живых существ. Модели отражают взаимодействие живого организма с внешней средой, его способность на те или иные раздражения. Но реальные живые существа и их поведение более сложны. Оно определяется не только внешними условиями и функциональными связями. Живые существа, кроме того, концентрируют, перерабатывают и воспроизводят при размножении поток информации, не только приобретенной в ходе индивидуального развития, но и полученной от предков, т. е. информации, накопленной в процессе исторического развития вида.

Итак, метод, который до настоящего времени был основным при моделировании процессов, отличает функциональный подход к задачам. Однако при моделировании «живого» необходимо учесть, что функциональный подход выделяет только свойства отдельной стороны изучаемого сложного явления. А у последнего множество функций, отраженных в ряде процессов, и можно получить в модели многофункционального явления схожие по отдельным функциям процессы, не имея подобия в целом, подобия во всей совокупности функций.

Но даже при таком ограниченном подходе современное биологическое моделирование все еще несовершенно из-за отсутствия тех количественных характеристик, которые придали бы ему большую определенность, ввели бы его в общее русло единых и целенаправленных методов моделирования.

К сожалению, изучая живую природу с помощью физических методов, исследователь пока не всегда может найти достаточно надежные математические соотношения между параметрами и зафиксировать с их помощью те физические или физико-химические законы, которые управляют сложной живой системой. Однако



не следует делать вывод, что в биологию и в биологическое моделирование принципиально в широком смысле нельзя ввести физические и химические соотношения. Уже начавшиеся работы по математическому обоснованию изучаемых явлений показывают, что в ближайшем будущем биологическое моделирование должно получить строгое обоснование на новой математической основе.

Приведенный нами далеко не полный перечень применений моделирования уже может дать некоторое представление о многообразии его видов.

Возвращаясь к технике, заметим, что исследования, предваряющие строительство всех крупных гидроэнергетических объектов (плотин, каналов, гидротурбин) и таких гидросооружений, как Волжская, Братская и Асуанская ГЭС, проводились на физических моделях, изображающих в уменьшенном масштабе эти сооружения.

Моделирование в технике может стать «натурным», когда не создается искусственной модели изучаемого объекта — природы, а для модели подыскивается — тоже в натуре — аналог.

На моделях исследуются и конструкции мощных электрических машин, магнитные усилители, руднотермические печи, сложные комплексные установки электроприводов, различные элементы сооружений строительной механики. Моделирование находит применение в таких, казалось бы, малодоступных для экспериментов областях, как совершенствование межконтинентальных и космических ракет, изучение их аэродинамических свойств и других явлений, например влияния ионизации воздуха на головную часть ракеты.

Широко распространены специальные модели, сочетающие физические и математические модели с натурными приборами. Они применяются для наладки системы управления и тренировки персонала, управляющего различными сложными объектами. В первом случае их зачастую называют испытательными стендами, а во втором — тренажерами для обучения эксплуатационного персонала (особенное значение, как известно, они имеют при подготовке летчиков, подводников, космонавтов, шоферов).

Обычно приборы и органы управления в тренажерах

такие же, какие применяют в практике. Воздействие на эти приборы преобразуется в импульсы, моделирующие поведение управляемого объекта. Например, тренажеры для летчиков, управляющих вертолетами, воспроизводят у обучаемого все физические ощущения, связанные с полетом. В качестве примера «опережающего действия» моделирования можно привести следующий факт: когда опытные образцы первого пассажирского сверхзвукового самолета еще только создавались, то будущие пилоты во главе с заслуженным летчиком-испытателем Э. В. Еляном уже приступили к тренировкам по управлению машиной.

«Водить» еще не построенный самолет командир и экипаж учились на пилотажном стенде. На нем была смонтирована точная копия кабины летчиков со всеми приборами, устройствами управления и связи. Имелся также пульт, с которого инструктор мог задавать условия «полета» и контролировать действия экипажа. Телевизионная аппаратура, магнитофон, блок имитации тряски предназначались для создания соответствующей «летной» обстановки.

Мозгом пилотажного стенда была вычислительная машина, на которой набирались дифференциальные уравнения движения нового самолета. Если было нужно по ходу событий, электронная модель включала магнитофон и блок имитации тряски. В модели было сделано все возможное, чтобы летчики по-настоящему чувствовали себя «в полете».

При «разбеге» самолета вычислительная машина включала подвижный макет аэродрома и окружающей местности. Лента, на которую была нацелена телевизионная камера, вращалась все быстрее. А летчики наблюдали движущееся изображение полосы на экране и на приборных указателях, что создавало иллюзию стремительного взлета.

Что же случится, если пилот допустит ошибку при разгоне машины? Его неправильные действия сразу же будут восприняты АВМ, по сигналам которой телевизионная камера повернется в сторону от макета бетонной дорожки и по изображению на соответствующих экранах станет ясно, что самолет «ушел» с полосы.

На пилотажном стенде летчики учились не только взлетать, управлять машиной в нормальных условиях,



выполнять маневры и садиться на аэродром. Они получили возможность осваивать новый сложный, дорогостоящий самолет в самых неблагоприятных, даже аварийных условиях. При плохой метеобстановке они «вели» его в слепом полете, учились правильным действиям при авариях с приборами, при отказе одного из двигателей, при пожаре, в том случае, если не выпускалось шасси, и в других ситуациях, создать которые в тренировочных полетах без риска для жизни невозможно<sup>1</sup>.

В последнее время, как уже упоминалось, особое значение приобрело моделирование биологических и физических процессов. Создаются протезы тех или иных органов человека, управляемые биотоками. Разрабатываются установки, моделирующие условия воспроизведения развития тканей и организмов.

Реализацию физического и математического моделирования можно было бы иллюстрировать еще очень большим количеством примеров, методов, установок. Но многие из них уже широко известны, они вошли в учебники и учебные пособия по таким курсам, как, например, теплотехника, гидродинамика и др. Остановимся вкратце на менее известных вопросах, например, применении моделирования в изучении некоторых природных явлений.

Вот землетрясения. Их можно воспроизвести с помощью специальной вибрационной платформы, имитирующей колебания земной поверхности. Антисейсмические конструкции и детали зданий проходят здесь всесторонние испытания. Конечно, на модели можно представить явления, связанные с выделением энергии при землетрясении только в небольшом масштабе. Однако не следует думать, что модель обязательно имеет маленькие размеры. Ее площадь достигает 20 м<sup>2</sup>, а вес изучаемой конструкции — 30 т.

Вероятно, немногие имели возможность наблюдать такое редчайшее явление природы, как извержение вулкана. Но до последнего времени вообще никому не удавалось видеть, как возникают и исчезают горные системы. Ведь эти процессы длятся миллионы лет! Одна-

ко в лаборатории можно воспроизвести все происходящее на модели. Для того чтобы исследуемые процессы были подобны в модели и оригинале, искусственные горы следовало бы сделать из густого сиропа. Но удалось найти хорошую замену — модели гор изготовили из фотоупругих материалов, которые при сжатии окрашиваются. По цвету того или иного участка можно судить о величинах приложенных сил и их распределении. Эксперименты с такими моделями позволяют в большинстве случаев определить, где залегают полезные ископаемые в горных массивах и даже на какой глубине.

Пока что споры о существовании и загадочном исчезновении Атлантиды довольно бесплодны. Много различных, порой самых фантастических гипотез было выдвинуто, чтобы объяснить причины катастрофы, в результате которой оказалась погребенной на дне океана целая цивилизация. Но лишь в последнее время исследования ставятся на действительно научную почву. И здесь ученым приходят на помощь модели. Как считает советский атлантолог Н. Ф. Жиров, необходимо в лабораторных условиях промоделировать океанские течения при различном подъеме существующих ныне подводных хребтов над уровнем океана. Может быть, в результате экспериментов будет найдена разгадка этого таинственного явления природы? В свою очередь, полученные данные будут иметь огромное значение не только для истории, но и для океанологии, морской геологии. В частности, если существование Атлантиды подтвердится, то неверной окажется теория постоянного положения океанов и т. д.

В свое время, занимаясь вопросом о причинах изменения климата земного шара, академик П. П. Лазарев создавал модели материков и океанов и, продувая над ними воздух, моделировал пассатные ветры. Таким путем он получал данные о влиянии конфигурации материков на формирование системы течений и соответственно климата земли в различные эпохи.

Дальнейшим этапом моделирования этих явлений были опыты, поставленные с соблюдением критериев подобия, позволившие получить не только качественную, но и определенную количественную картину различных атмосферных явлений. Здесь широко применя-

<sup>1</sup> Ф. Патрунов. Электронные модели. М., «Московский рабочий», 1973.



лись различные комбинации натурального физического, аналогового и математического моделирования. Так, например, в Национальном центре атмосферных исследований США создана модель общеглобальной циркуляции атмосферы. В нее введены различные физические процессы в атмосфере, такие, как передача энергии вследствие солнечного и земного излучения, турбулентность и конвекция атмосферных потоков.

Работа модели происходит примерно следующим образом<sup>1</sup>: со всех точек нашей планеты от Южного полушария до Северного и от запада до востока с помощью радиоканалов собираются сведения о состоянии атмосферы, температуре, давлении, влажности, направлении ветра и т. д. Представленные в определенной форме и критерияльно обработанные, они представляют собой натурную модель глобальной циркуляции атмосферы. Данные ее изучения поступают в вычислительную машину, которая проводит соответствующую разработку, оценивая определенным образом изменения соответствующих параметров.

Далее результаты вычислений поступают в специальные устройства, которые создают некие электрические аналоги, в свою очередь, воздействующие на систему световых проекционных устройств. Последние на модели земного шара — своеобразно вращающийся глобус — проектируют данные, создавая соответствующие линии изобар, изотерм, передвигающиеся на модели планеты так, как это происходит в действительности.

Поскольку вычислительные машины, занимающиеся переработкой информации, обладают большой памятью, т. е. возможностью хранить огромную информацию, относящуюся к прошлому, и в случае надобности почти мгновенно восстанавливать состояние атмосферы, которое было некоторое время тому назад. На основе теоретических соображений можно ввести в модель данные о динамике развития тех или иных существующих и определенным образом проектирующихся процессов, а с помощью соответствующих вычислений

предсказать их, представив на модели не только настоящее, но и возможное будущее.

Таким образом, подобного рода модель может служить не только отражением существующего в атмосфере положения, но и средством предсказания того, что произойдет; например, для выявления движения тайфунов по поверхности Земли, резких перепадов температур и различных изменений погоды.

Моделирование помогает решать задачи, связанные как с общей циркуляцией атмосферы на нашей планете, так и задачи более частного характера. Например, создание за последнее время большого количества новых водохранилищ, искусственных озер и морей оказывает определенное влияние на климат и погоду многих районов страны. Большая масса воды со значительной тепловой инерцией (по сравнению с окружающей ее суши) изменяет тепловой баланс и циркуляционные характеристики района. И здесь моделирование позволяет определить связь между объемом новых водохранилищ и их влиянием на климат районов.

К задачам частного характера, хотя и очень актуальным, надо отнести и исследования, связанные с влиянием промышленных сооружений на биосферу. Развитие больших городов, строительство промышленных предприятий и крупных электростанций приводят к тому, что в атмосфере появляется значительное количество пыли и дымовых частиц. Эти загрязнения атмосферы влияют на тепловой режим районов, вблизи которых расположены эти сооружения. Известно, например, что около больших городов сдвигаются сроки таяния льда и снега. Такие процессы, имеющие большое практическое значение, также можно и нужно изучать на моделях, сочетая все виды физического моделирования, натурный эксперимент и анализ с помощью вычислительных машин.

Моделирование очень удобно при изучении процессов распространения радиоволн над земной поверхностью и в космическом пространстве. Удобно оно в том отношении, что позволяет в широких пределах быстро и легко менять геометрические и электрические свойства трассы и обеспечивать точность, по крайней мере не худшую, чем при экспериментах на местности.

В ряде случаев с помощью лабораторных моделей

<sup>1</sup> При изложении мы стремимся показать только общую идею, не претендуя на точность.

удаётся изучить динамические явления в море. Хотя значительное изменение масштаба может иногда искажать подобие процессов (с чем неоднократно сталкивались исследователи), все-таки качественное сходство основных явлений, связанных с формированием волн и морских течений, и основные количественные характеристики оказываются вполне удовлетворительными. Особенно полезно изучение явлений, касающихся распространения приливных волн, с учетом различных влияющих факторов, таких, например, как ветер, рельеф дна, наличие тех или иных прибрежных сооружений и др.

Моделирование применяется и при изучении больших морских пространств. Например, для получения практических данных при проектировании ряда сооружений в свое время было осуществлено оказавшееся очень эффективным моделирование участка побережья Тихого океана длиной 150 км, Бакинской бухты и северной части Каспийского моря, включая устье реки Волги.

Интересным оказалось изучение процессов в больших массах льда. Модель создали на основе критериев подобия, учитывающих основные законы физики рассматриваемых явлений. Соблюдалось геометрическое подобие и сохранялось постоянство соотношений прочности материалов модели и природы (лед имитировался техническим стеарином). К перемычке из стеарина прикладывались определенные, соответствующие условиям подобия, силы, перемещавшие ее в горизонтальном направлении относительно неподвижного контура, изображающего берег.

Результаты опытов на такой, казалось бы, примитивной модели позволили воспроизвести в целом процесс разрушения ледовой перемычки, установить участки, на которых следует ожидать ослабления, наметить в зависимости от конкретных условий, где следует искусственно вскрывать перемычку, и получить ряд других важных результатов, использованных в дальнейшем при конструировании судов ледокольного типа.

Большое внимание уделяется изучению с помощью электрического моделирования процессов переноса нейтронов в ядерных реакторах. Исследуемый объект заменяется электрической моделью, в которой распреде-

ление потенциала — такая же функция безразмерных координат и времени, что и плотность нейтронов в натурном реакторе. Критерии подобия явлений устанавливаются из сопоставления уравнений, описывающих процессы в природе и модели. Результаты такого рода моделирования, например, какого-либо одного типа ядерных реакторов легко распространяются на целую группу подобных реакторов.

«Световые» модели начали применять для исследования лучистого обмена энергией в поглощающих и излучающих средах. Так изучают рабочие процессы в теплотехнических устройствах (топках, печах), где значительную роль играет лучистый теплообмен. При моделировании воспроизводятся световые потоки каждой излучающей зоны в отдельности. Световая модель, геометрически подобная натурной установке, обычно выполняется из плексигласа или целлулоида. Необходимую степень черноты стенок можно достичь, покрыв их краской с соответствующей поглощающей способностью.

Моделирование самолетов при исследовании их в так называемых аэродинамических трубах, где неподвижная модель самолета подвергается действию воздушного потока, давно известно. Таким же образом отыскивают удобно обтекаемую форму автомобилей, поездов и кораблей, изучают влияние ветровой нагрузки на крупные инженерные сооружения — высотные здания, висячие мосты, радиомачты, дымовые трубы. В последнее время с помощью аэродинамической трубы были проведены интересные исследования воздействия ураганов на лесные массивы. Ежегодно бури наносят лесному хозяйству многих стран колоссальный, непоправимый ущерб. В качестве примера можно привести Шотландию, где ураган повалил около 3,5 млн. деревьев. Английские ученые в лабораторных условиях решили воспроизвести ураганный ветер, чтобы исследовать его действия на деревья. Был создан целый «лес» искусственных деревьев-моделей. Высота их не превышала 12 см, а крона из медной сетки имела наибольший диаметр около 8 см. Затем этот лес был размещен на платформе и установлен в аэродинамическую трубу, где скорость воздушного потока соответствовала «урагану».



Тридцать два дерева были снабжены датчиками, которые измеряли напряжение в их стволах. Выяснилось, что лесные просеки, дороги и даже тропинки усиливают разрушительное действие ветра. Возможно, что в будущем перед посадкой леса придется производить математические расчеты и тщательно выбирать места для дорог и тропинок.

В связи с резким повышением скоростей летательных аппаратов выявилась необходимость в новых методах аэродинамических исследований. Чтобы не увеличивать беспредельно мощность аэродинамической трубы, в которой должны быть созданы огромные скорости, стали применять трубы кратковременного действия. Сначала в баллон накачивают под высоким давлением воздух, а затем выпускают его в аэродинамическую трубу в виде высокоскоростной струи, обтекающей неподвижный макет самолета или ракеты. Можно сделать и наоборот: сначала откачать из баллона воздух до высокого разрежения и затем соединить его с аэродинамической трубой и тем самым создать в ней воздушный поток большой скорости. Время действия таких моделей обычно порядка минуты, так как для их более длительной работы потребовались бы слишком большие запасы сжатого воздуха или очень глубокий вакуум.

Чтобы еще больше увеличить скорость обтекания, в настоящее время вместо неподвижных стали применять модели движущиеся, их выстреливают в барокамеру из пушки. Меняя давление, в барокамере можно имитировать любые условия полета. При этом скорость движения модели достигает даже скорости спутника. Создают и еще более совершенные установки, в которых можно получать скорости 10—15 км/с и воспроизводить некоторые условия космических полетов. Модели, например, не подвешиваются в аэродинамических трубах, а удерживаются в воздушном потоке взаимоуравновешивающимися магнитными силами. Быстродействующие электронно-вычислительные машины еще более повышают эффективность физического моделирования, облегчают и ускоряют обработку результатов экспериментов, позволяют правильно поставить опыт и корректировать его протекание.

Методы теории подобия применяются при анализе уравнений состояния звезд. Ряд важных формул космо-

логии, описывающих расширение метagalактики с точностью до постоянного множителя, сравнительно просто можно получить путем анализа размерности исходных величин. Делаются попытки использовать методы подобия для вывода формул определения интенсивности гравитации, для поиска связей между известными типами физических взаимодействий.

Гносеологические и методологические вопросы теории размерности и подобия в настоящее время — предмет внимания ряда авторов, о них имеется литература как философского, так и физического характера. В физике элементарных частиц и космологии, проблемы которых для современной науки носят фундаментальный характер, с успехом используются эвристические возможности метода размерностей. Да и в полупроводниковой электронике теория подобия и моделирование уже находят широкое применение при обработке экспериментальных данных, формулировке математической модели задач, исследовании процессов, приборов со сложной геометрией, при невозможности или сложности получения решения аналитическим путем, хотя в целом их идейное и методологические богатства используют здесь еще не в полной мере.

В радиотехнике общая методология моделирования позволяет представить в обобщенном виде преобразователи энергии сигнала одной физической природы в энергию сигнала другой физической природы. Параметры моделей выбирают так, чтобы получить в результате безразмерные информационные единицы: собранная информация в некоторых условных единицах может быть полезна конструкторам для оценки достоинств системы радиоаппаратуры, весовых и объемных соотношений конструкций.

Таким образом, сочетая методы размерности и подобия с физическим анализом, можно значительно преуспеть в установлении связей между величинами исследуемого процесса и оценкой свойств различного рода конструкций.

Аэродинамика и космонавтика требуют еще более сложных моделей — миниатюрных копий Солнечной системы или «аэродинамических труб», в которых могут изучаться условия движения межпланетных кораблей. (Различного рода аэродинамические характеристики,

необходимые для моделирования движения объектов в атмосфере, могут быть представлены с различной полнотой).

В связи с интересом к космосу большое значение приобретает исследование влияния невесомости на земные организмы. Наличие силы тяжести послужило причиной того, что у разнообразных животных были выработаны вынужденные приспособления самого удивительного характера. Например, у пресмыкающихся сила тяжести определяет своеобразный характер передвижения, у птиц — многообразные способы полета, у рыб — развитие органов и системы регуляции, благодаря чему они используют массу тела в соотношении с удельным весом тела и воды и т. д. Можно сказать, что развитие всего живого в его самых существенных чертах, его структурно-функциональная организация определяются действием закона всемирного тяготения. По сути дела, начало этого процесса восходит к периоду зарождения жизни или, точнее, к периоду формирования предбиологических систем.

Приспособившись к действию гравитации, все живое «научилось» четко определять свое пространственное положение; развило опорные структуры, определяющие форму организма; создало энергетическую и биохимическую базу функционирования в условиях гравитационного поля.

На Земле нет организмов нейтральных по отношению к силе тяжести. Каждый из них имеет специальные органы ориентации. Попадая в невесомость, они лишаются одной из важнейших «констант» своего обычного существования, что изменяет физиологические функции и ставит вопрос о том, как необычные условия повлияют на наследственность.

У космонавтов зарегистрирован ряд послеполетных физиологических изменений: нарушения в сенсорно-моторном, вестибулярном и нервно-мышечном аппаратах, координации движения и регуляции вертикальной позы, водосолевого обмена (что ведет к утончению костей скелета) и др.; меняется и способ передвижения в пространстве. Так, на Луне, где сила притяжения в 6 раз меньше, удобно прыгать на двух ногах, подобно кенгуру.

Итак, невесомость, устраняя влияние гравитации,

ведет к нарушениям, или создает условия для нарушений, генетических структур организма.

Явления невесомости, да и другие проблемы, связанные с полетами на сверхвысоких скоростях, хорошо исследуются методами моделирования. Они моделируются на специальных установках, где с помощью так называемых центробежных вращающихся моделей имитируются различные условия, связанные с изменениями гравитации. Для изучения космических явлений применяются специальные аэродинамические трубы, рассчитанные на особо быстрый поток воздуха. Например, в Институте общей механики в Цюрихе создана установка, моделирующая движение в разных участках земной атмосферы и позволяющая получать воздушный поток огромной скорости. Работа ведется в импульсных режимах, длительность которых составляет ничтожные доли секунды.

Моделирование, относящееся к изучению космических задач, идет очень далеко. Так, например, в Советском Союзе создана автоматическая установка, моделирующая условия жизни на других планетах. Она создана для того, чтобы, не выходя из стен лаборатории, изучать мир, в который попадут люди, прилетевшие на неизвестную планету. В принципе установка может моделировать условия жизни на планетах, близких по своим физическим условиям к Земле. Модель, созданную в лаборатории одного из ленинградских институтов, называли «Фотостат-1»; управляет ее программное устройство.

Главная часть установки — вакуумная камера. В ней, собственно, и моделируется инопланетный климат. Здесь создается суточный ритм температур с их специфическими колебаниями, например, как на Марсе. Заложенная в фотостат программа четко отрабатывает весь заданный ритм измерений температур.

Одно из главных преимуществ установки — на ней можно изучать действие ультрафиолетовой радиации на различных планетах (до сих пор это нигде не исследовали). Специально подобранные лампы имитируют весь солнечный спектр, включая широкий спектр ультрафиолетовых лучей. Причем по желанию можно оставить лишь одну из линий спектра, избавившись на время от всех других. Нужно это вот зачем: разные линии ультра-



фиолетового спектра способны дать различный эффект. Например, одну из самых мощных по биологическому действию линий создают лучи с длиной волны 2,537 Å. Предполагалось, что эти лучи при длительном действии всегда вызывают смерть. Но опыты на модели с гусеницами кукурузного мотылька, которые 30 ч пробыли под действием тех самых «смертельных» лучей и остались живы, показывают, что, видимо, многие насекомые смогут жить на тех планетах, где эти лучи действуют постоянно.

Обращаясь к энергетике и электротехнике, нельзя не отметить, что здесь методы моделирования нашли особенно широкое применение (рис. 2).

Рост мощности энергетических систем с крупными электростанциями и линиями передач на далекие расстояния — свыше 1000 км (в ближайшие годы до 3000 км!), охват огромной территории сетями самых разных напряжений — от 220 В до 750 тыс. В — и, наконец, широкое применение автоматики различных видов — все это говорит о том, что энергетическую систему необходимо рассматривать как сложную, с глубокими внутренними связями, как систему кибернетического типа.

В самом деле, современные установки характеризуются очень большим числом входящих в них элементов и соответственно сложностью и многообразием внутренних связей. Классический подход, при котором анализируемая система рассматривается в целом, т. е. в совокупности связей между отдельными элементами, приводит к крайне сложному математическому определению процесса. Снять возникающие трудности оказывается возможным, если происходящее в системе рассматривать как взаимодействие между отдельными функционирующими подсистемами.

Построение модели системы в виде совокупности воздействующих друг на друга подсистем предполагает следующие действия: определение границ подсистем, представляемых блоками; установление характера связи между блоками и направления этих связей; составление математического описания выявленных подсистем. При этом принимается, что воздействие других подсистем, граничащих с рассматриваемой, представляется некоторыми параметрами режима на границе под-

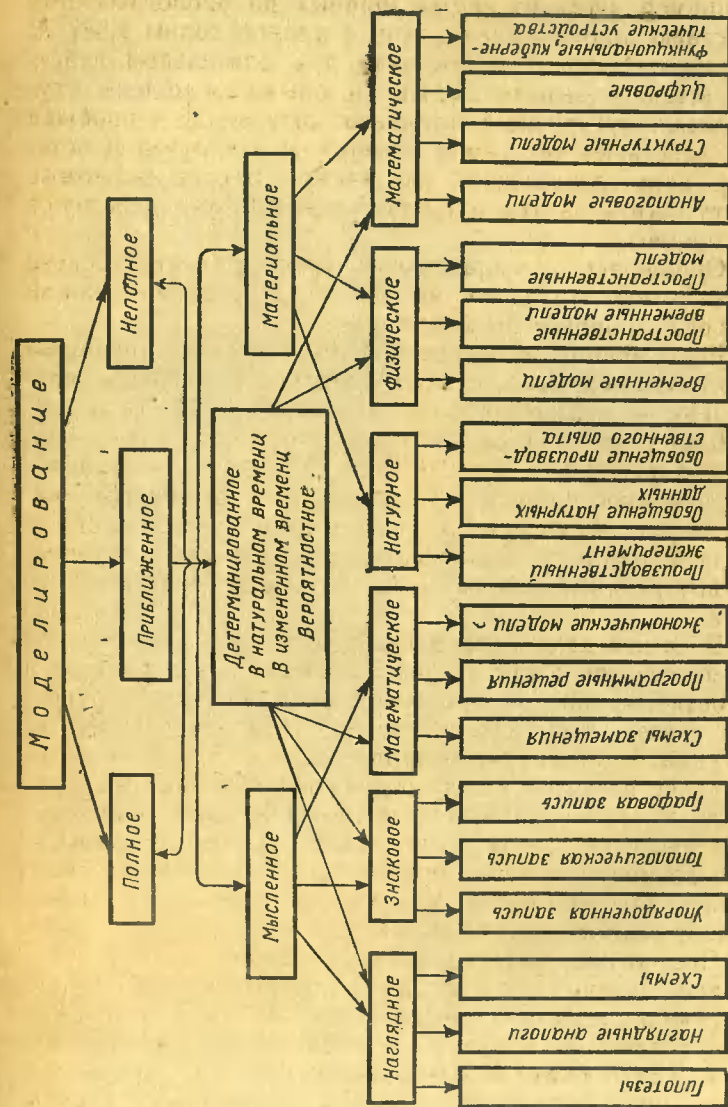


Рис. 2. Подобие в электротехнике.

систем и что данное воздействие независимо от процессов внутри подсистем, т. е. входные переменные не зависят от внутренних переменных подсистемы.

Представление элементов подсистем моделируемой системы может быть различным (рис. 3). Большое значение имеет тот факт, что одни части систем воздействуют на другие некоторыми своими функциями, проявляющимися на границах. В силу этого для правильного отражения воздействий подсистем по отношению к остальной части системы требуется лишь правильное воспроизведение связей между величинами на границах (т. е. между воздействиями и реакциями подсистем);

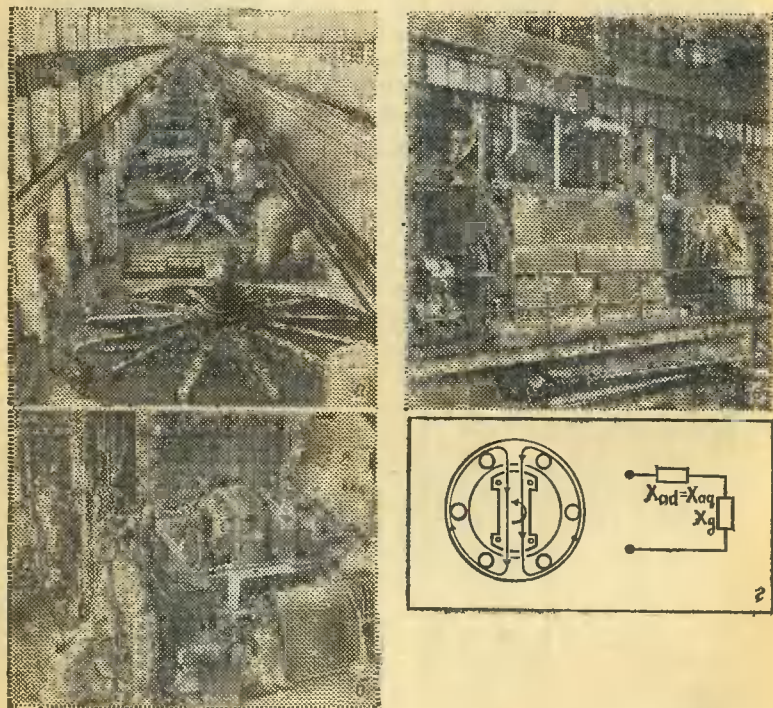


Рис. 3. Моделирование элементов энергосистем:

а — современная мощная гидростанция; б — физическая модель гидростанции; в — турбогенератор; г — аналоговая модель (схема замещения турбогенератора).  $x_{ad} = x_{ag}$  — взаимные синхронные сопротивления;  $x_g$  — сопротивление расстояния статора.

блок, представляющий подсистему, должен был обеспечивать правильную связь между входами и выходами. Такое соотношение, когда имеется определенное подобие между входами и выходами некоторых подсистем, а процессы внутри не рассматриваются, называется **изофункционализмом**, т. е. подобие между функциями. Это и есть так называемое кибернетическое моделирование, которое сводится в основном к непосредственному моделированию некоторых функций исследуемой системы функциями модели, без раскрытия природы и структуры явлений как внутри системы, так и внутри ее модели.

Метод развивает один из принципов кибернетики, согласно которому изучение системы основывается на исследовании ее поведения, т. е. наблюдении за состоянием выхода при воздействиях на вход заданий внешней среды или экспериментатора. Система рассматривается как некоторый преобразователь состояния входа в состояние выхода и считается полностью заданной, если для нее определено соответствующее преобразование.

Моделью может служить любая система, в которой совершается тождественное или даже в том или ином смысле схожее преобразование состояния входа в состояние выхода. Физическая природа и внутренняя структура кибернетической модели и оригинала не обязательно должны быть общи.

Кибернетическое моделирование принципиально отличается от физического и математического, в ходе которых воспроизводятся процессы внутри изучаемой системы — оригинала. Пример такой кибернетической модели, функции которой имеют лишь качественно сходство с функциями оригинала, — уже упоминавшаяся выше электронная «мышь» Шенона, которая, будучи помещена в лабиринт, «хочет» найти «пищу». Она движется ощупью, наталкивается на разные перегородки до тех пор, пока не найдет дорогу к «кормушке». Воспроизводимая в ней функция — по сути дела, свойство находить путь к заданной точке при определенных соотношениях, продиктованных кибернетическим подобием. Разумеется, выводы о поведении настоящей, живой мыши могут здесь носить лишь качественный характер, однако они оказались весьма интересными для выявления важных биологических закономерностей.



Изучение работы сложной системы невозможно без экспериментов, которые обеспечили бы проверку теории и методологии расчетов весьма сложных процессов. Необходимо заметить, что на модели опыт эксплуатации может быть получен в весьма сжатые сроки. В самом деле, если та или иная ситуация, характерная для проверки действия системы, в натуре наступает относительно редко (например, тяжелая авария), то на модели она может быть воспроизведена десятки раз в день.

Весьма важно, что модель позволяет воспроизвести и действия человека при аварии. Моделирование системы, таким образом, включает (что очень важно) и психологический фактор: персонал как бы входит в число моделируемых элементов.

Особенно важно моделирование при разработке методов управления электрическими системами. Так, внедрение кибернетических методов в управление энергетикой невозможно без предварительных исследований. Применение управляющих цифровых вычислительных машин, сочетание управляющих устройств с работой человека, поведение кибернетически управляемой энергосистемы — все подлежит рассмотрению на моделях.

Как ни велико значение вычислительных машин, однако, решая технико-экономические задачи, выявляя экономически целесообразные величины и соотношения между отдельными проектируемыми системами, приходится искать решения при неполной исходной информации. Здесь для реализации достоинств ЭВМ большое значение приобретает так называемое критериальное программирование, основы которого заложены, как показывает само название, в методе подобия. При проектировании любой технической системы нужно найти экономически целесообразные величины и соотношения между отдельными элементами. Ее суммарные технико-экономические показатели должны находиться в зоне допустимых отклонений от наивыгоднейших значений.

Трудность решений таких технико-экономических задач, с одной стороны, в большом количестве оптимизируемых параметров, а с другой — в том, что численные значения исходных данных зачастую могут быть определены лишь сугубо ориентировочно. Это особенно

сильно сказывается при прогнозировании развития энергосистем на дальнюю перспективу. Поэтому решать задачу приходится многократно, варьируя исходные данные и используя сложные математические методы; исследователь сталкивается с необходимостью анализа огромного цифрового материала, в котором крайне затруднительно выявить наиболее характерные связи, особенно при большом количестве переменных и сравнительно малой достоверности исходной информации. К тому же повторные решения проводятся в полном объеме, информация от предыдущих расчетов практически не используется. Все это говорит о необходимости разработки обобщающих методов решения технико-экономических задач.

Еще в 1881 г. Кельвин, рассматривая задачу оптимизации электропередачи, показал, что сечение проводов линии следует выбирать таким образом, чтобы зависящая от этого часть затрат на строительство была равна затратам на потери энергии в них. Это соотношение между слагаемыми затрат для экономически целесообразных вариантов в дальнейшем мы будем называть технико-экономической соразмерностью, или просто соразмерностью.

В начале текущего столетия М. Видмаром были сформулированы экономические законы проектирования электрических машин. Характерная особенность законов экономической соразмерности в том, что они выведены на основе исследования рядов геометрически-подобных машин и сформулированы в обобщенной форме. Кстати, понятие «соразмерности» в электроэнергетике впервые было введено именно Видмаром.

Анализ путем выявления соразмерности величин, предложенный Кельвином и Видмаром, показывает, как определить существование указанных закономерностей. Причина же существования крайне полезных для решения технико-экономических задач закономерностей оставалась до последнего времени неясной, и их удалось объяснить только с позиций обобщающих методов теории подобия.

Выше отмечалось, что моделирование стали применять при нелинейных задачах, при исследовании сложных больших систем кибернетического типа и изучении вероятностных процессов, т. е. оно распространилось

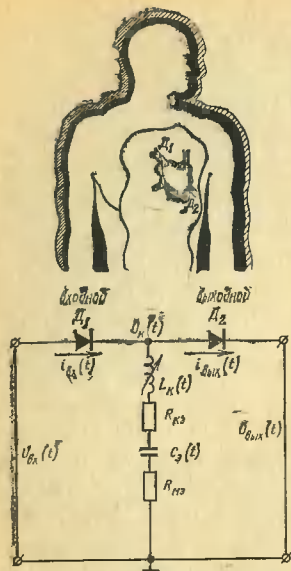


Рис. 4. Электронная модель сердца:

$L_K$  — индуктивность, моделирующая инерционность потока крови;  $C_3$  — емкость, моделирующая эластичность мышц сердечной камеры;  $R_{K3}$ ,  $R_{M3}$  — сопротивления, моделирующие кровь и волокна мышц сердечной камеры;  $D_1$ ,  $D_2$  — диоды, моделирующие клапана сердечной камеры.

исключительно широко. Так, например, к моделированию сложных систем надо отнести создание электрических моделей-аналогов, воссоздающих функции органов живого организма: сердца (рис. 4), сердечно-сосудистой системы, легких и т. д. Создаются модели, имитирующие функции не одного, а системы органов, участвующих в жировом обмене и т. д.

Все большую роль в научном обиходе исследований приобретают специализированные и универсальные математические модели, использующие цифровые вычислительные машины. Для моделей, составленных с помощью вычислительных машин ЭВМ, особенно машин так называемого третьего поколения, возможности которых расширены специальными устройствами (периферические устройства), характерна работа при диалоге человек — машина — человек. В связи с ростом возможностей ЭВМ значение такого диалога все более возрастает.

С совершенствованием вычислительных машин математическое моделирование получает мощный инструмент. Появилась возможность решать многие недоступные ранее задачи. Однако чтобы найти ответы на поставленные вопросы, требуется не одно, а целая це-

почка промежуточных решений. Пути неоднозначны, цели можно достигнуть только просматривая разные решения, и одних математических методов здесь явно недостаточно. Неизбежность интуитивного элемента в таких сложных ситуациях, как, например, глобальное планирование в масштабах отрасли или государства, планирование военных и политических акций, систем социальных мероприятий, говорит о том, что одной помощи мощных вычислительных машин мало.

Вот почему вместе с математическими и экономикоматематическими стали развиваться и эвристические методы, цель которых — использование опыта и таланта человека. Объединив возможности, скрытые в человеческом интеллекте, со способностью вычислительной машины быстро выполнять логические и арифметические операции, мы получим так называемую имитационную математическую модель. Эти модели, или системы, подробнее о которых мы скажем ниже, — совокупность математических моделей, имитирующих изучаемый (или планируемый) экономический, производственный или какой-либо другой процесс, и группы экспертов, участвующих в планировании, плюс специальное математическое обеспечение, которое позволяет экспертам вести диалог с машиной и между собой.

Математическая цифровая модель выдает информацию человеку не в виде таблиц или лент с записями рядов цифр, а в удобном, достаточно наглядном виде. Например, в виде графиков, объемных представлений или каком-либо другом. Обратная связь осуществляется очень просто и наглядно — с помощью светового пера, что позволяет непрерывно корректировать вводимую в ЭВМ информацию. При исследовании какого-либо процесса достаточно только нарисовать новый график, и система отображения сразу же покажет те изменения, которые произойдут в связи с изменением исходной информации.

Область применения математически-формализованных моделей все время расширяется: экономика, биология, медицина, исторические и другие общественные науки, т. е. самые разнообразные процессы. Но оказалось, что, как правило, описание такого рода процессов незамкнуто, в моделях присутствуют «свободные параметры» или функции, которые не определены. Другими



словами, такие незамкнутые процессы как бы управляемы «извне». Можно считать, что эти свободные параметры находятся в распоряжении исследователя и могут быть выбраны по его желанию.

Такая неопределенность с выбором свободных параметров создает дополнительные трудности и, естественно, незамкнутые модели общественных процессов намного сложнее «замкнутых», которые можно полностью представить математическими методами. И в практике научных и технических исследований появляются (и в последнее время приобретают большое значение) модели, объединяющие формальные математические методы, дающие алгоритм решения с неформальным анализом — вмешательством человека, его предположениями, желаниями («поведенческая» часть модели). Пример моделей такого рода — оптимизационные модели, предназначенные для отыскания такого решения, которое было бы наилучшим в смысле того или иного показателя, или, как говорят, критерия.

Самый простейший случай оптимизационных моделей — модель транспортных перевозок: требуется составить такой план, чтобы затраты на перевозки заданного продукта в указанные пункты были минимальны. В задаче о перевозках присутствует элемент задания извне, модель имеет «поведенческую часть», заключающуюся в том, что «мы хотим» выполнить перевозки дешево.

Аналогичная, но более сложная в математическом отношении задача возникает при так называемой оптимизации режима электрической системы. В электрической системе имеется определенное количество видов станций: тепловых, работающих на различном топливе, имеющем разную стоимость, атомных, гидравлических станций и т. д. Стоимость выработки энергии на каждой станции различна. Кроме того, станция должна снабдить энергией потребителей на каком-то, часто весьма значительном, расстоянии. Возникает вопрос: как распределить выработку энергии на станциях, чтобы обеспечить всех потребителей энергией при наименьших расходах по системе в целом на ее выработку и передачу?

Задача очень сложна, ее математическая модель сводится к построению так называемой целевой функ-

ции. Затем методами математического моделирования надо найти минимум целевой функции, т. е. минимум суммарной стоимости выработки и передачи энергии в систему, для чего разработаны многочисленные модели и методы. Однако реальные ситуации далеко не всегда удается вмести́ть в четкие границы оптимизационных задач.

В самом деле, если мы примем, что математическая модель задачи оптимизации работы электрической системы представлена некоторой одной целевой функцией, то такая задача однокритериальна (так как мы приняли, что у оптимального решения модели есть единственный критерий — минимум целевой функции). В действительности все реальные задачи многокритериальны. Так, в случае оптимизации электрической системы надо учесть и то, что при снабжении потребителей энергией должна быть обеспечена определенная надежность работы, и то, что при выработке энергии на ТЭЦ станция засоряет атмосферу и, скажем, нельзя вырабатывать энергию на станции, которая расположена вблизи города, когда направление ветра таково, что дым отравит воздух над ним. Нельзя получать энергию от гидростанции, если по условиям сельского или рыбного хозяйства в данное время невыгодно расходовать накопленную в водохранилище воду.

Можно привести еще много примеров, которые показывают, что все такого рода задачи оптимизации во все не однокритериальны, хотя инженеры в настоящее время плохо это понимают и стремятся свести их к однокритериальным. Это в известной мере оправдано, так как четких данных для большинства критериев нет и часто приходится исходить из интуитивных предположений. Решения, таким образом, приходится принимать в условиях неопределенности: при изменяющихся, неполно заданных ситуациях, при нечетко сформулированном критерии, когда нельзя охарактеризовать результат операции одним критерием.

Для решения таких задач создаются игровые и упомянутые выше имитационные модели. Последние обычно не требуют формулировки на языке математики не только критерия, но даже и цели управления. Достаточно знать управляюще-влияющие факторы и, варьируя их, проигрывать течение процесса вплоть до его оконча-

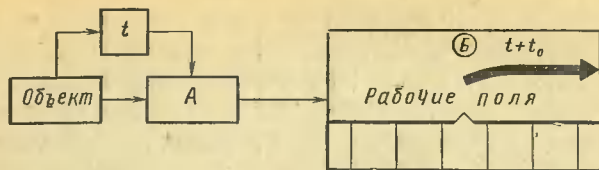


Рис. 5. Схема имитационной модели.

ния. Отличие имитационных моделей от оптимизационных и игровых прежде всего в том, что задание управляюще-влияющих факторов (стратегий) и сравнение результатов производится человеком. С учетом этого сочетания человека и вычислительной машины имитационные модели могут быть также названы и эргатическими моделями.

Имитационное моделирование применяется в реальных задачах управления производством, когда свести задачу к сравнительно простой и математически сформулированной системе массового обслуживания не удастся. Речь идет о задачах, где приходится оценивать параметры, которые имеют взаимосвязанные системы (у которых момент поступления информации и продолжительность ее обработки зависит от моментов поступления и продолжительности обработки данных, полученных раньше).

Имитационные модели применимы ко всем проблемам автоматизации проектирования. Обычно они разделяются, как показано на рис. 5, на две автономные модели: внешних событий *А* и обслуживания данных *Б*. На модели внешних событий генерируется упорядоченная во времени последовательность исходных заявок (*t*). Здесь используются данные хронометража («фотографии») объекта. Модель обслуживания имитирует процесс приема и переработки данных. Последовательность обработки и режим моделирования задаются разработчиками. Параметры моделирования определяют быстродействие ЭВМ, интервал моделирования и режим слежения за работой модели.

Из модели внешних событий в модель обслуживания периодически поступают заявки на обслуживание исходных компонентов. Работа начинается с определения

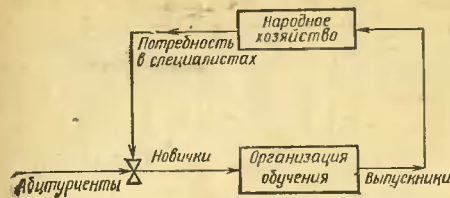


Рис. 6. Моделирование динамики системы образования.

некоторого исходного состояния системы, которое задается перечнем сформулированных заявок. Значения времени поступления заявок непосредственно снимаются с моделируемого объекта.

Имитация обслуживания происходит следующим образом: из массовой исходной заявки выбирают заявки на прием данных, время возникновения которых меньше или равно текущему модельному времени. Заявки заносятся в рабочие поля и далее обслуживаются в порядке, определяемом дисциплиной обслуживания данного поля. Затем определяется время, связанное со сложностью заявки, к нему прибавляется текущее время и, таким образом, выявляется время конца формирования заявки. После этого переходят к обслуживанию другой заявки.

Если в текущий момент времени (*t*) в модели нет заявок со временем меньше текущего, это значит, что в системе в данный момент нет работы. Вычисляется время простоя (*t₀*), его прибавляют к текущему времени и определяют новое текущее время. При этом в модели учитывается время, затрачиваемое вычислительной машиной системы на обработку и на простой.

Это, конечно, лишь грубый пример того, как могут работать имитационные модели. Элементы таких моделей появляются и в моделях других видов, например, в какой-то мере характер имитационных все в большей мере приобретают физические модели. Ценность такого подхода прежде всего в том, что он объединяет талант специалиста, неформальное мышление, интуицию с методами формального математического исследования — математического моделирования.

Еще один пример — модели системы высшего образования. Их схема должна отражать основные стороны деятельности системы образования в течение периода достаточной деятельности. На основании данных о структуре вузов она должна позволять рассчитывать



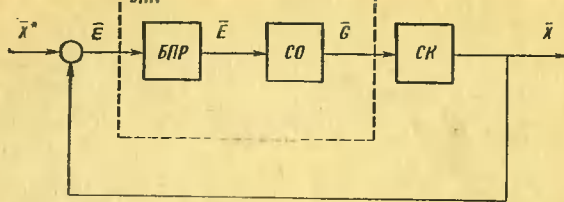


Рис. 7. Модель потребностей в кадрах специалистов.

потребности в преподавателях, помещениях, материальных ресурсах и денежных средствах.

Нужды народного хозяйства определяют его потребности в кадрах специалистов. Эти потребности удовлетворяются за счет выпускников системы образования. Взаимосвязь народного хозяйства и системы образования представляет собой замкнутый контур (рис. 6). Процесс планирования высшего и среднего специального образования можно в первом приближении разбить на два этапа. Первый — определение потребности народного хозяйства в кадрах специалистов на определенный плановый период, второй — планирование мер по обеспечению этой потребности, т. е. определение политики государства в области образования. Различного рода математические модели могут быть особенно полезными при решении задач, возникающих именно на втором этапе.

Систему обеспечения потребности в кадрах специалистов очень упрощенно изображают в виде замкнутой системы управления (рис. 7). На рисунке блок СК представляет собой систему кадров, блок системы подготовки кадров СПК состоит из блоков принятия решений ПР и системы образования СО. Задающие воздействия  $x^*$  — это потребность в кадрах специалистов, выходная величина  $x$  (регулируемая величина) — состояние системы кадров, величина  $\varepsilon$  характеризует рассогласование (дополнительную потребность), определяющее необходимый прием в систему образования  $\bar{E}$ , величина  $\bar{G}$  — число выпускников системы.

Развитие и применение методов моделирования в биологии, медицине, экономике и социологии далее будет идти по пути развития имитационных моделей.

## Методология моделирования и приемы создания моделей

В современной науке и технике обобщаются и распространяются на весьма широкие классы явлений физическое подобие и весьма разнообразные и, казалось бы, отвлеченные виды подобия: функциональное (кибернетическое), математическое, аналоговое и др. Примером применения подобия в различных электрических явлениях может служить схема на рис. 8, показывающая виды подобия, на которых основывается моделирование.

Модель в рамках одного явления может оказаться надежным средством познания другого явления, даже и не имеющего по своему внешнему виду или, говоря более общо, по своему вещественному субстрату видимого сходства. Переходя теперь от общего описания моделей и их роли в познании, процессе научных исследований и практике к некоторым формальным оценкам, заметим, что все разнообразие видов подобия и моделирования может быть классифицировано следующим образом.

**Полное моделирование.** Отражает подобие движения материи в основных формах ее существования, т. е. во времени и пространстве. Процессы, соответствующие изучаемым явлениям, подобно изменяются и во времени, и в пространстве. Полное подобие и соответственно полное моделирование математически характеризуется следующим соотношением параметров модели  $x$  и оригинала  $y$ :

$$x_i = m_i y_i,$$

где  $m$  — масштабный коэффициент, а

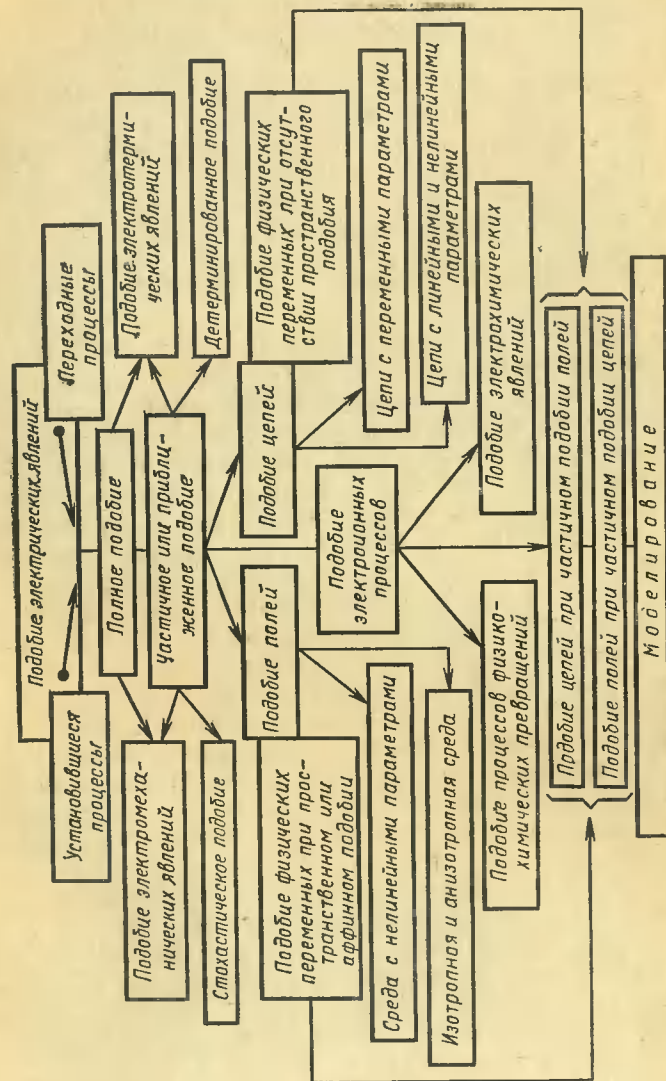


Рис. 8. Виды моделирования.

$$y_j = \Phi(y_1, \dots, y_{j-1}, \dots, y_{j+1}, \dots, y_k, l_x, l_y, l_z, t),$$

причем  $y_j$  означает параметры системы или параметры ее режима;  $l_x, l_y, l_z$  — геометрические размеры;  $t$  — время.

**Неполное (частичное, локальное) моделирование**, при котором протекание в модели всех основных процессов, характеризующих изучаемое явление, подобно частично, или только во времени, или только в пространстве. В первом случае

$$y_j = \Phi(y_1, \dots, y_{j-1}, \dots, y_{j+1}, \dots, t),$$

а во втором

$$y_j = \Phi_1(y_1, \dots, y_{j-1}, \dots, y_{j+1}, \dots, l_x, l_y, l_z).$$

**Приближенное моделирование.** Некоторые факторы, заведомо влияющие, но не оказывающие решающего действия на исследуемый процесс, моделируются приближенно или совсем не модулируются, в связи с чем между некоторыми параметрами их режимов не существует соотношений подобия и  $x_j \neq m_j y_j$  или  $x_j \approx m_j y_j$ . Это заведомо обуславливает погрешность, которую можно тем или иным способом оценить количественно.

Все виды моделирования могут быть либо детерминированными  $\alpha$ , отражающими процессы с однозначно определенными причинами и их следствиями, либо стохастическими  $\beta$ , отражающими вероятностные события. В последнем случае модели не позволяют определить ход отдельного события, но открывают возможности нахождения среднего результата массы однородных случайных явлений.

Моделирование любого вида может проводиться как в реальном времени  $t_2$ , так и в измененном против реального времени  $t_1$ .

Напомним, что подобие и моделирование реализуются при обычном подходе (в некоторых работах его называют «классическим»), когда каждому параметру системы и происходящего процесса в одной системе отвечает другой соответственный параметр в подобной системе. Возможен и другой подход, при котором нет необходимости всегда отыскивать явное соответствие «по параметрам», понимая под подобием некие схожие ре-



зультаты в виде каких-то, в том или ином смысле одинаковых, функций, соответственных реакций, схожего взаимодействия объекта с окружающей средой и т. д.

Подобие, и соответственно модели, разделяют на мысленные, отвечающие любым видам мысленных экспериментов, и материальные, предусматривающие ту или иную конструктивную реализацию модели. Материальное моделирование оперирует с моделями разнообразного исполнения и разбивается на три большие группы.

**Натурное моделирование** — специально поставленные исследования «на натуре», т. е. в природе при специально созданных или подобранных условиях. Но обязательным для такого, как и для любого другого, моделирования является требование обработки результатов экспериментов с помощью теории подобия (применение критериальной обработки).

Группы натурного моделирования условно делятся на подгруппы:

производственный эксперимент, т. е. эксперимент во время производственного процесса на действующем предприятии;

обработка сведений о явлениях или отдельных процессах, естественно происходящих в природе. (Например, натурное геологическое моделирование при прогнозе динамики изменения берегов рек, морей, водохранилищ. Для малоизученных участков побережья используются данные об участках других берегов, исследованных в течение длительного времени и физически подобных изучаемым;)

обобщение производственного опыта: в сущности, мало отличается от производственного эксперимента и от моделирования, основанного на обобщении натуральных данных, но вместо специально организованного в производственных условиях эксперимента пользуются имеющимся материалом, обобщая его с помощью теории подобия.

**Физическое моделирование.** Исследования проводятся на специальных установках, сохраняющих в основном природу явлений, но воспроизводящих их количественно иначе. При физическом моделировании меняются геометрические размеры, силы, моменты, мощности и т. п. Физической моделью может считаться установка, в которой осуществлено полное или неполное мо-

делирование и соответственно подобие, благодаря чему по характеристикам модели можно получать все существенные для данной задачи характеристики оригинала простым умножением на масштабные коэффициенты. Физическое моделирование может быть трех видов:

временное, когда исследуются только процессы, протекающие во времени, например, изменение тока при каких-либо переходных процессах, изменение угла сдвига оси генератора переменного тока при качениях и др. Такое неполное моделирование имеет место в физических (или электродинамических) моделях энергосистем;

полное пространственно-временное моделирование. Пример — изучение нестационарных течений рек, морей, каналов на гидравлических моделях водных потоков;

модели пространственные (геометрические). В них не воспроизводится протекание явлений, они служат только для наглядного изображения тех или иных сооружений, конструкций, установок и их взаимного расположения (различные макеты — застройки района города, памятника; компоновки — оборудования в цехах станций, завода при проектировании). Такое моделирование называют объемным проектированием.

**Математическое или аналоговое моделирование** отличается тем, что физика исследуемого процесса не сохраняется, и его изучение ведется на моделях другой физической природы. Моделирование здесь не преследует в какой-либо мере физического сходства и основывается на изоморфизме уравнений, т. е. их способности описывать различные по своей природе явления и определять различные функциональные связи, используя изоморфизм уравнений (способность описывать отдельные стороны поведения системы при отсутствии полного описания всего ее поведения).

Математическое моделирование можно разделить на следующие четыре группы:

аналоговое, при котором используется непосредственная аналогия между физическими величинами, присутствующими одному явлению, и аналогичными — формально описываемыми такими же уравнениями — в другом явлении; примером здесь могут служить электротепловые аналогии, критерии которых показаны в Приложении.

структурное, когда не воспроизводится весь процесс в целом, а отдельные элементы модели совершают математические операции. Проведение таких операций в определенной последовательности (благодаря соответствующему соединению элементов структурной схемы) позволяет получить математическую модель структурного типа;

цифровое, оно осуществляется так же, как структурное, но элементы, производящие математические операции, выполняются не непрерывными, как в структурных моделях, а дискретными, как в цифровых вычислительных машинах. Отличие цифровых моделей от непрерывных — их большая точность;

функциональное, включающее как одну из своих разновидностей кибернетическое моделирование, эквивалентное и интегральное моделирование. Осуществляется на установках, в которых комплекс моделируемых явлений не только не сохраняет физическую природу (как при физическом моделировании), но может и не описываться формально одинаковыми математическими уравнениями. Здесь подобными считаются явления, которые только в каком-то смысле, в отношении каких-то частных процессов или отдельных сторон процессов или некоторых функций дают условно подобный изоморфный функциональный результат.

Говоря об обобщенном моделировании, обычно принимают, что происходящие явления описываются в терминах операций (формул, экспериментов наблюдений), связывающих физические величины. Любая система, принадлежащая определенному классу исследования, может быть описана как в обычных первичных величинах (токах, напряжениях, мощностях, скоростях, силах), так и в обобщенных безразмерных, представленных в виде критериев подобия и однозначно отражающих ее состояние. Для получения совокупности обобщенного описания используются математически строго обоснованные способы, основанные на анализе размерностей, исследовании уравнений или каких-либо иных разновидностях методов теории подобия. Как первичные, так и вторичные величины представляют собой физические меры явлений. Однако у вторичных величин, представленных как обобщенные безразмерные

критерии подобия, более общая, более высокая категория измерения.

Выражая степень развития некоторого качества, эти критериальные величины представляют собой как бы диалектическое единство количества и качества, отражают единство конкретного и абстрактного, частного и общего; поэтому критериальные величины могут рассматриваться как «обобщенные меры явлений». Для них характерны устойчивость, способность к сохранению своей значимости в широком диапазоне изменения процесса.

Вопрос о том, в каких переменных — в первичных или вторичных — целесообразнее обрабатывать результаты опыта, может быть решен только для конкретной задачи. Однако, как правило, при описании системы вторичными величинами наблюдается упрощение уравнений, отражающих причинные связи. При этом разные способы обобщения первичной информации приводят к результатам разной ценности, заранее трудно предугадываемым. Обычно чем меньше величин требуется для описания объекта, тем более простыми оказываются модели и более полезными практически конечные результаты.

Все перечисленные выше виды подобия подчиняются некоторым общим закономерностям, которые принято называть теоремами о подобии. Этих теорем три<sup>1</sup>. Первая и вторая получены исходя из предположения, что речь идет о явлениях, подобие которых заранее известно. Они устанавливают соотношения между параметрами заведомо подобных явлений, не указывая способов определения подобия между явлениями и путей реализации подобия при построении моделей. Ответ на последний вопрос дает третья теорема. Она определяет условия, необходимые и достаточные для того, чтобы явления оказались подобными.

**Первая теорема подобия.** У явлений, подобных в том или ином смысле (физически, математически, кибернетически и т. д.), можно найти определенные сочетания

<sup>1</sup> Существует аргументированная, но не общепринятая точка зрения относительно того, что только вторая теорема подобия может рассматриваться как строгая теорема в том смысле, как это понимается в математике, а первая и третья — только некие правила, способствующие выявлению и установлению подобия.



параметров, называемые критериями подобия, имеющие одинаковые (численно или по знаку, или по функциональным проявлениям) значения.

Рассмотрим различные применения первой теоремы: случай подобных процессов, описываемых однородными уравнениями

$$\frac{\varphi_1^1}{\varphi_n^1} = \frac{\varphi_1^2}{\varphi_n^2} = \dots = \frac{\varphi_1^s}{\varphi_n^s}, \quad (1)$$

где 1, 2, ..., s — номера процесса,  $\varphi_j$ ,  $\varphi_n$  — параметры.

Индексы, характеризующие номер процесса, можно опустить и записать (1) в более общем виде:

$$\varphi_j/\varphi_n = idem, \quad (2)$$

где *idem* означает «соответственно одинаковое для всех рассмотренных процессов».

Обозначая критерии подобия через  $\pi_j$ , можно дать для всех подобных явлений краткую формулировку первой теоремы в виде

$$\pi_j = idem. \quad (3)$$

Следует заметить, что справедливо и обратное положение: если критерии подобия численно одинаковы, то явления подобны.

Существенно обратить внимание на практически важное свойство критериев подобия. Критерии подобия любого явления могут преобразовываться в критерии другой формы с помощью операций умножения или деления ранее найденных критериев друг на друга. В самом деле, если какие-либо критерии  $\pi_k = idem$ ,  $\pi_{k+j} = idem$ , то очевидно,

$$\pi_k \pi_{k+j} = idem; \quad \frac{\pi_k}{\pi_{k+j}} = idem$$

$$1/\pi_k = idem; \quad k\pi_k = idem, \quad (4)$$

где  $k$  — любая постоянная величина.

Если уравнения процесса характеризуют его протекания во времени и пространстве с доступной и необходимой для данного исследования полнотой, то в этом случае условия (3) — критерии полного подобия. Если

уравнения характеризуют протекание процесса или только во времени, или только в пространстве, то (3) — критерии неполного подобия. Наконец, если исходные уравнения перед определением критериев будут упрощены, в них будут отброшены какие-то заведомо влияющие факторы и так далее, то найденные из них критерии (3) будут называться критериями приближенного подобия.

В Приложении даются критерии подобия для некоторых наиболее характерных процессов.

В случае подобных процессов, описываемых уравнениями с неоднородными функциями (трансцендентные, сложные и т. д.), аргументы неоднородных функций должны быть равны, будучи в этом случае также критериями подобия<sup>1</sup>.

Рассмотрим в качестве примера функции  $\varphi_j = k \sin axy$ ;  $\Phi_j = k \sin Axy$ .

В этом случае  $\varphi_j \neq \Phi_j$ , и, следовательно, подобие процессов характеризуется равенством  $axy = Axy$ . Возможны условно подобные процессы, подобие которых выполняется при введении переменных масштабов (квазиподобие).

Первая теорема о подобии справедлива и в более сложных случаях, когда уравнения процессов на первый взгляд неодинаковы, но введение переменных масштабов параметров времени или пространства (или одновременно для параметров процесса, времени и пространства) дает возможность установить соответствие между оригиналом и моделью. Рис. 9 показывает два случая подобия: обычное геометрическое, когда куб преобразуется в подобный куб (другого размера), и так называемое аффинное, когда куб преобразуется в параллелепипед. Могут реализовываться и более сложные преобразования, например, когда шар (глобус) представляется в виде плоскостной модели (карты); это конформное преобразование.

Вторая теорема подобия гласит: всякое полное уравнение физического процесса, записанное в определенной системе единиц, может быть представлено в виде зависимости между безразмерными соотношениями

<sup>1</sup> Если аргумент неоднородной функции — сумма, то каждый из членов этой суммы представляет собой критерий подобия.

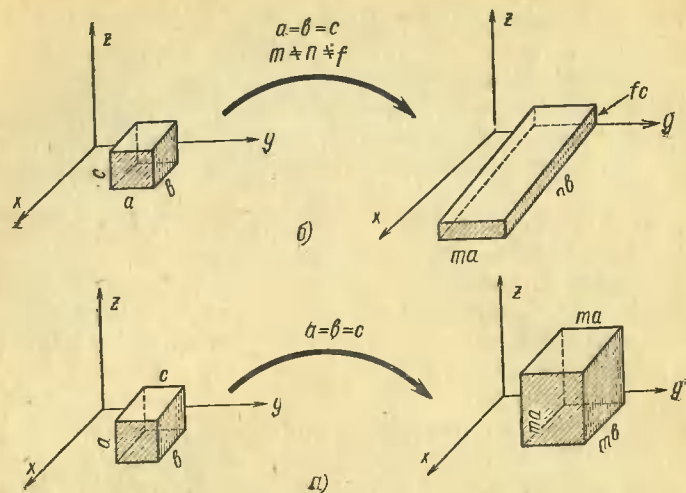


Рис. 9. Виды пространственного подобия:

*a* — геометрическое; *b* — аффинное.

из входящих в уравнение параметров, которые и есть критерии подобия.

Теорема указывает на возможность своего рода замены переменных и сокращения их числа с  $m$  размерных до безразмерных величин с переходом к критериальному уравнению. Таким образом, упрощается обработка аналитических и экспериментальных исследований, так как связь между безразмерными величинами  $\pi$  — критериями подобия — чаще всего проще.

Но не только этим определяется значение теоремы; весьма существенно, что переход к безразмерным соотношениям позволяет распространить результаты исследования, проведенного применительно к конкретному явлению, на ряд подобных явлений.

**Третья теорема подобия.** Необходимые и достаточные условия подобия: пропорциональность сходственных параметров, входящих в условия однозначности, и равенство критериев подобия изучаемого явления.

**Дополнительные положения о подобии.** При установлении подобия и моделировании сложных систем большое значение имеют дополнительные положения,

позволяющие распространить действие основных теорем на сколь угодно сложные любые нелинейные системы, анизотропные и, наконец, системы с вероятностно протекающими процессами.

**Первое дополнительное положение.** Для подобия сложных систем с несколькими подобными в отдельности подсистемами необходимо и достаточно равенство критериев подобия, составленных из параметров, общих для подобных подсистем (рис. 10). Общая часть

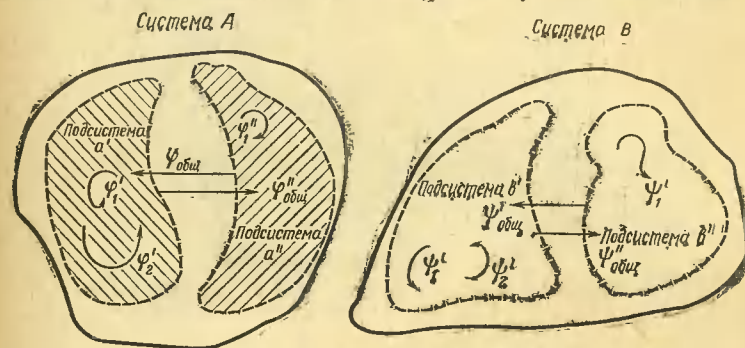


Рис. 10. Подобие сложных систем.

подсистем может при этом рассматриваться как самостоятельная система, число критериев подобия которой определяется согласно второй, а условия создания подобия — согласно третьей теореме.

Следствие первого дополнительного положения — подобные сложные системы остаются подобными после любых упрощений, если только упрощения были проведены в системах соответственно одинаково.

Первое дополнительное положение позволяет вести исследования больших сложных систем, расчлняя их на отдельные подсистемы, проводя преобразования, расцениваемые как декомпозиция (см. рис. 10), и пользуясь при этом всем критериальным аппаратом теории подобия.

**Второе дополнительное положение.** Все теоремы и условия подобия, справедливые для линейных простых или сколь угодно сложных систем, могут быть распространены и на любые нелинейные системы при допол-



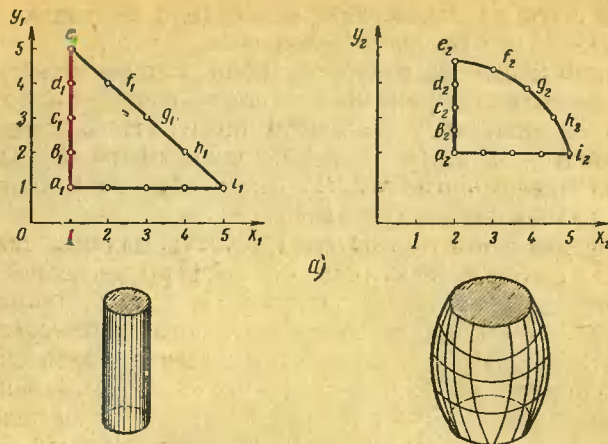


Рис. 11. Нелинейное подобие:

а — нелинейное подобие треугольников; б — нелинейное подобие цилиндров.

нительном требовании — совпадении соответственных относительных характеристик переменных параметров. При обеспечении подобия нелинейных зависимостей, когда нелинейное подобие, как это видно на рис. 11, сводится к неоднородной деформации исследуемого предмета. При нелинейном подобии процессов или математических соотношений одинаковыми должны быть характеристики  $P_{*i} = \varphi_{*0}(P_i) P_{*i}$ , где величины со звездочкой — относительные значения, выраженные в долях от некоторого характерного или базисного  $(P_{i,6i} \cdot P_{i,6} \cdot P_{i,6})$  параметра (рис. 12). Условия подобия нелинейности иногда записывается в виде  $\mu_* = \mu/\mu_k = idem$ , где  $\mu_k$  — характерный параметр (см. Приложение табл. 2).

**Третье дополнительное положение.** Условия подобия, справедливые для изотропных систем, могут быть распространены и на анизотропные, если только анизотропия в них относительно одинакова. Условия подобия, справедливые для однородных систем, могут быть распространены и на системы, неоднородные в том или ином смысле, если только неоднородность в сравниваемых системах относительно одинакова.

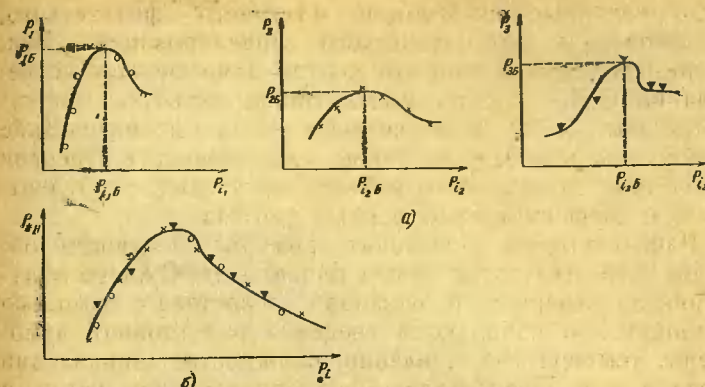


Рис. 12. Обобщенное подобие нелинейных зависимостей:

а — частные зависимости нелинейного параметра  $P_k = J(P)$ ; б — обобщенная зависимость, выраженная в долях от базисных параметров  $P_{i,6}, P_{j,6}, P_{k,6}$ .

**Четвертое дополнительное положение.** Процессы, протекающие в системах, у которых по каждой оси пространственных координат  $(x, y, z)$  устанавливаются свои  $(m_x, m_y, m_z)$  коэффициенты геометрического подобия или имеющие любое нелинейное подобие пространства (подобные аффинно), могут быть физически подобными, имея в сходственных точках пространства подобные изменения параметров процесса.

**Пятое дополнительное положение.** Оно распространяет основные условия теории подобия на моделирование процессов, представленных случайными реализациями. При этом учитывается, что параметры модели также не сохраняются строго постоянными в процессе эксперимента, а претерпевают случайные изменения. Стохастически определенные системы оказываются подобными и позволяют переносить результаты, полученные на одной системе (модели), на другую систему (оригинал), если все факторы, характеризующие распределение случайных функций во времени и пространстве, будут после выражения их через характерные величины (в относительных единицах) соответственно одинаковы.

**Вопросы точности и однозначности моделирования.** При уточнении теории и практики моделирования было показано, что исследования в подобных системах (на-

тура, модели) принципиально не гарантируют строгой однозначности результатов даже при полном подобии. Дело в том, что абсолютное тождество конкретных явлений, представленных в различных пространственно-временных областях, по сути — математическая абстракция и отсутствует в реальных задачах. Дифференциальное уравнение, описывающее закон протекания множества сходных явлений, представляет собой математическую модель некоторого усредненного явления. Конкретные ее реализации даже в пределах одной и той же моделирующей структуры различаются вследствие стохастических вариаций физического воспроизведения коэффициентов уравнения.

Характер исследуемого процесса во многих случаях зависит от его предыстории относительно момента времени, принимаемого за начальный. Условия, определяющие состояние системы в момент  $t=0$ , представляют собой совокупность случайных величин, а возмущающее воздействие, определяющее протекание процесса, — случайную функцию времени. В итоге, конкретная реализация процесса в системе также случайная функция.

Другой аспект невозможности создания точной модели связан с тем, что ее реальная точность обуславливается глубиной познания оригинала, ошибки в определении параметров которого зависят от исходных упрощающих допущений, погрешностей наблюдения и т. д., а также практическими возможностями создания модели. Погрешности в последнем случае особенно существенно влияют на результат моделирования.

При моделировании в общем случае и особенно при физическом нет оснований требовать излишне большой точности материальной реализации моделирующей структуры. Более того, существование определенных различий между моделью и оригиналом — неперемное условие реализуемости тех функций, которые на модель возлагаются. Именно отличия от оригинала позволяют так оперировать с моделью, как нельзя или затруднительно оперировать с оригиналом.

Применительно к задачам физического моделирования проблемы оценки точности моделирующей структуры связаны с тем, что воспроизведению моделирующего процесса сопутствуют погрешности определения и вос-

произведения критериев подобия, а также случайные вариации параметров модели, зависящие от физических особенностей и структуры последней.

Чтобы определить достоверность результатов моделирования (с учетом погрешностей задания и воспроизведения критериев подобия в их статистических вариациями), необходимо получить оценки:

погрешностей реализации приближенного моделирования вместо точного;

степени соответствия результатов экспериментальных исследований результатам, полученным на модели;

влияния стохастических вариаций критериев подобия;

погрешностей прогнозирования поведения сложной системы, находящейся под воздействием совокупности возмущающих воздействий (по экспериментальным данным о поведении другой статистически определенной системы — модели);

необходимой точности (допустимой погрешности) воспроизведения отдельных критериев подобия при заданной вероятности ошибки прогнозирования (надежности моделирования).

В ряде исследований было показано, что отражение случайных вариаций параметров модели и оригинала возможно, если перейти к статистическому анализу совокупности возникающих погрешностей.

Результаты вероятностных оценок подобия сводятся при этом к числовым характеристикам случайного процесса перемещения изображающей точки обобщенного функционала подобия в некоторой области многомерного пространства критериев.

В связи с ростом числа экспериментальных исследований, учитывающих неточность исходной информации или ее вероятностный характер, наметились новые пути применения моделей. Оказывается возможным рассматривать сами модели в качестве объекта исследования: в таком новом качестве они имеют значительные преимущества.

Обобщенное моделирование и планирование эксперимента. При обобщенном подходе к моделированию на первый план выдвигается возможность определенных обобщений или выявления интегральных свойств. В свя-



зи с появлением таких задач внимание исследователей привлекает так называемое интегральное подобие. В условия подобия вводятся обобщенные величины, называемые интегроформами, с помощью которых исключаются переменные коэффициенты дифференциальных уравнений. Оказывается, возможно вывести такие интегральные варианты тождественных преобразований, которые характеризуют процесс в целом, отражая так называемые метакачественные явления данного класса. В результате объекты отображаются не переменными величинами, а интегральными соотношениями, характеристиками, и, таким образом, в действие вводится как бы «вторичная информация», заменяющая систему первичной информации, полученной на основе критериев подобия.

Для современных методов исследования и теории эксперимента (а теория подобия и есть теория эксперимента) существенно определенное взаимодействие между моделированием, теорией подобия и теорией планирования эксперимента. В настоящее время сам эксперимент, методы его постановки сделали важным объектом исследования. Теория планирования эксперимента (берущая начало в работах английского ученого Фишара) имеет основной своей задачей оптимальное управление им.

Очевидно, что задачи планирования эксперимента теснейшим образом увязываются с задачами и методами теории подобия и теорией моделирования, особенно кибернетическим и функциональным моделированием. Их решение становится особенно эффективно, когда все перечисленные выше приемы применяются к критериальным формам. Покажем это на примере, в качестве которого рассмотрим какой-либо физический процесс, представленный зависимостью

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_s, \dots, x_m) = 0. \quad (5)$$

Один из параметров в зависимости (5) может представлять собой целевую функцию прогресса. Согласно теории подобия данный процесс ставим на основе  $\pi$ -теоремы. Тогда зависимость (5) примет вид:

$$f(1, 1, \dots, 1, \pi_1, \dots, \pi_{m-k}) = 0, \quad (6)$$

где

$$\pi_1 = \frac{\{x_{k+1}\}}{\{x_1\}^{x_1} \dots \{x_k\}^{x_k}}; \dots$$

$$\pi_{m-k} = \frac{\{x_m\}}{\{x_1\}^{z_1}, \dots, \{x_k\}^{z_k}}.$$

( $k$  — число независимых параметров).

Уравнение физического процесса представляется функцией  $m-k$  безразмерных соотношений  $\pi$ . Это позволяет решить соотношение (6) относительно любого критерия (например  $\pi_1$ ):

$$\pi_1 = \Phi(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{m-k}). \quad (7)$$

Комплекс  $\pi_1$  — целевая функция, которая в ряде случаев может быть представлена симплексным критерием подобия или целевой функцией в относительных единицах.

Предположим, что  $x_1$  — целевая функция, тогда зависимость (7) может быть представлена в виде

$$x_1/x_0 = \Phi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{m-k}), \quad (8)$$

где  $x_0$  — некоторый характерный фактор.

Таким образом, применение теории подобия позволяет сократить число переменных с  $m$  размерных величин до  $m-k$  безразмерных.

Применяя методы факторного планирования эксперимента, получим критериальное уравнение регрессии вида:

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{m-k}) =$$

$$= b_0 + \sum_{i=2}^{m-k} b_i \pi_i + \sum_{i,j=2}^{m-k} b_{ij} \pi_i \pi_j + \sum_{i=2}^{m-k} b_{ii} \pi_i^2 + \dots \quad (9)$$

Особенности применения экспериментально-статистических методов к исследованию критериальных соотношений в основном связаны с тем, что в данном случае исследователь имеет дело не с отдельными факторами, как обычно, а с обобщенными.

Использование традиционных экспериментально-статистических методов не вызывает особых затруднений, так как в этом случае вместо регистрации значений отдельных факторов регистрируются значения критериев подобия. Если прямое определение критериев подобия невозможно, то при регистрации отдельных факторов вычисление значений критериев подобия также не вызывает затруднений.

Применение методов факторного планирования эксперимента несколько усложняет положение, поскольку нельзя задавать шаг варьирования критериям подобия независимо от шага варьирования факторов, входящих в них. При этом может быть использован один из двух путей:

многократно промоделировать случайным образом факторы процесса в заданных пределах варьирования и для каждой случайной реализации вычислить значение критериев подобия. Затем определить шаг варьирования критериев;

задать шаг варьирования факторам процесса и затем определить значения шага варьирования критериев подобия.

Таким образом, именно в сочетании методов теории подобия, теории моделирования и теории эксперимента скрыты пути повышения эффективности инженерных исследований и разработки единой стратегии эксперимента.

Критериальная программа проведения экспериментов — мысленных, математических или физических — дает распространяющуюся на класс явлений, а не только на единичное явление оценку результатов, обобщенную критериальную зависимость и позволяет отсеять влияние посторонних случайных факторов.

Основная задача, которую особенно удачно решают методы планирования эксперимента, возникает при изучении сложных кибернетических систем. Ее можно сформулировать как задачу нахождения совокупности варьируемых факторов, при которых целевая функция экстремальна. Методы планирования эксперимента позволяют решить ее с минимальным числом опытов, надежной статистической интерпретацией на каждом этапе.

Преимущества направленного эксперимента, обра-

батываемого в критериальной форме, велики. Особенно существенна возможность закономерного отыскания функций правдоподобия, т. е. определенной математической формы, помогающей нам характеризовать результаты эксперимента. Методы теории планирования эксперимента распространяются и на случаи, когда не только функции, но и независимые переменные — случайные величины, значения которых меняются в соответствии с некоторым реальным и условно принятым распределением. Критериальное же соотношение анализируется с помощью так называемого конфлюэнтного анализа, позволяющего получать результаты не только в тех случаях, когда мы знаем или можем предположить определенный вероятностный закон указанного распределения, но и тогда, когда вместо детальной информации о событии известно только среднее значение переменных в группах событий. С его помощью удастся отыскать полезную для решения практических задач функцию правдоподобия.

Отсутствие части информации при решении практических задач, например энергетики, заставляет проводить исследования при заведомо неполной информации. При всех таких исследованиях большое значение приобретает ряд понятий и показателей, которые приходится вновь вводить для характеристики современных приемов экспериментальных исследований. Приходится говорить и о функции трудности измерения, и о эффективной функции трудности, и о выгодности расстановки экспериментов. При таком подходе, еще во многом не полностью отработанном, весьма важно то, что поиски решения с помощью методов планирования эксперимента удастся определенным образом формализовать.

Однако сочетание теории планирования эксперимента и теории подобия позволяет идти дальше и ввести понятие «критериальной функции отклика», аналогично той, которой широко пользуется теория планирования эксперимента. Вариации, которые здесь должны проводиться, будут выполняться не в отдельных величинах, а в критериальных соотношениях. Такого рода соотношения позволяют сразу получать «целесообразности» параметров. Эти области, представленные в виде пространства, будут особенно важны для сложных ки-



бернетических систем, для них такой подход к решению задач несомненно наиболее удобен. При решении задачи оптимизации находят области, где имеются тенденции к определенному минимуму или максимуму изменения целевой функции.

Несомненно, что перспектива, которую открывает объединенная теория эксперимента, основывающаяся на теориях подобия, моделирования и планирования эксперимента, позволит очень успешно продвинуться в прогнозировании поведения сложных систем по данным эксперимента. Именно объединенная теория и есть та стратегия, на базе которой смогут полноценно проводиться исследования больших систем.

## Заключение

Итак, какие же можно сделать выводы?

Методы теории подобия и моделирования развиваются, приобретают новые формы, отвечающие новым задачам науки и техники, роль моделей всех видов (с привлечением математических методов исследования) возрастает.

При изучении больших систем моделирование выступает как мощное средство непосредственной связи теории и опыта, как инструмент проверки практики создаваемых теорий и расчетных методов и, наконец, как средство ускорения испытаний надежности, проверки вновь конструируемой аппаратуры.

Разработанные приемы и правила теории подобия и моделирования эффективны при распространении их на другие области, где моделирование еще не применяется или применяется недостаточно. В этих случаях теория подобия должна дополняться и развиваться исходя из особенностей областей применения.

Для развития теории подобия и использования моделирования в новых условиях существенное значение имеет автоматизация получения критериев подобия. Для этого применяется программирование нахождения критериев с помощью ЭВМ, рассматриваемое как начало экспериментальных исследований, а также планирование эксперимента.

Дальнейшее развитие моделирования должно идти по пути сочетания методов теории подобия, планирования эксперимента, исследований при вероятностной и неполной информации.

На основе критериальных зависимостей в сочетании с методами планирования эксперимента можно найти

приемы, облегчающие задачи оптимизации сложных систем.

Весьма эффективно сочетание методов теории подобия и моделирования со статистическими методами. Причем не только для анализа, но и управления в процессе применения устройств самообучения и запоминания.

Общее значение описанных выше методов весьма важно в плане развития исследований все более сложных систем. Увеличение сложности требует постоянного совершенствования моделирования. Подобие и моделирование открывают пути синтеза научных знаний, что может привести к образованию единой науки — всеобщей теории систем, охватывающей все многообразие реальности на основе единого метода.

Несомненно, что тенденция интеграции научных знаний будет реализоваться в форме «двухмерного синтеза». Одна его составляющая — горизонтальный «синтез», связанный с математикоподобными абстрактными приемами формализованной характеристики явлений разных классов. Вторая составляющая процесса интеграции наук — вертикальный «синтез», углубление представлений об общем физическом содержании качественно различных природных явлений.

Такой вывод учитывает объективные тенденции развития современной науки, в которой все больший удельный вес приобретают как сверхсложные мозгоподобные системы, так и (что особенно важно) их слитность, неразделенность с самим познающим субъектом. В итоге во все большей мере центр тяжести в познавательных процедурах науки, видимо, должен будет перемещаться с анализа реальности самой по себе в область анализа человеческой деятельности, проявляющейся в определенной реальной среде.

В формировании познания, в развитии познавательного процесса, всегда возникает противоречие между идеалом максимальной полноты знаний и необходимым элементом упрощения. Как и прежде, это противоречие будет вести нас вперед — от менее глубоких к более глубоким представлениям человека о мире и себе самом; и здесь обобщающие представления методов подобия и моделирования будут играть свою роль.

## СВОДКА КРИТЕРИЕВ ПОДОБИЯ

Таблица 1

Критерии механического и гидродинамического подобия

Критерий	Формульное выражение
Ньютона	$Fr^2/Ml = idem = [Ne]$
Гомохронности, характеризующий однородность процессов во времени	$vt/l = idem = [Ho]$
Фруда	$v^2/gl = idem = [Fr]$
Эйлера	$P/Qv^2 = idem = [Eu]$
Рейнольдса, характеризует процессы в несжимаемой жидкости $\mu_0$ — коэффициент вязкости; $\varrho$ — плотность;	$Qvl/\mu_0 = idem = [Re]$
Архимеда, характеризует процессы движения жидкости при различной ее плотности	$\frac{gl^3}{\lambda_0^2} \frac{\varrho - \varrho}{\varrho} = idem = [Ar]$
Грасгофа, для процессов движения жидкости при различной ее температуре и различных коэффициентах объемного расширения	$\beta = \frac{gl^3}{\gamma_0^2} \Delta\theta = idem = [Ar]$
Законы подобия гидротурбины	$P^{0P} = P^M \left( \frac{D^{0P}}{D^M} \right) \sqrt{\left( \frac{H^{0P}}{H^M} \right)^3},$ $n^{0P} = n^M \left( \frac{D^M}{D^{0P}} \right) \sqrt{\frac{H^{0P}}{H^M}},$ $M^{0P} = M^M \left( \frac{D^{0P}}{D^M} \right)^3 \frac{H^{0P}}{H^M}.$



Критерии электрического подобия

Общие критерии	Формульное выражение
Подобия электромагнитных явлений	$\pi_1 = \frac{\mu \gamma l^2}{t} = idem; \pi_2 = \epsilon / \gamma t = idem$
Гомохронности	$[Ho] = \omega t = idem$
Подобия процессов при нелинейных магнитных материалах (идентичность отнесенных характеристик)	$\mu_* = \mu / \mu_k = f(H / H_k) = idem$
Подобие цепей	$\pi_{*L_a} = L_a / R_a t = idem$ $\pi_{*C_a} = C_a / G t = idem$
Подобие цепей с взаимной индукцией при одинаковом масштабе токов во взаимосвязанных цепях	$\pi_{*ab} = M_{ab}^2 / L_a L_b = idem$ или $\pi = M_{ab}^2 / R_a R_b t^2 = idem$
Подобие цепей со взаимной индукцией при разном масштабе токов при взаимосвязанных цепях	$T_{*ab} = M_{ab} / R_a t = idem$ $T_{*ab} = M_{ab} / R_b \cdot t = idem$
Электродинамическое подобие	$T_{*j} = \frac{T_l}{t} = idem$

Частные критерии

Критерий	Формульное выражение
Дополнительные условия подобия с распределенными параметрами	$R_0 G_0 l^2 = idem$
Приближенного электромагнитного и электродинамического подобия	$T_l / T^2 = idem$
Намагничивания ферромагнитных тел	$\chi = \sqrt{\pi_1} t \sqrt{\gamma \mu' \omega} = idem$
Электромагнитного подобия движущейся среды	$tg \delta_m = \mu'' / \mu' = idem$ $\pi = \lambda \mu \nu l t^{-2}_0$

Таблица 4

Критерии теплового подобия

Критерий	Формульное выражение
Фурье	$at / l^2 = idem = [F_0]$ (здесь $\alpha = \lambda / C_p \gamma$ — коэффициент температуропроводности; $\lambda$ — коэффициент теплопроводности; $C_p$ — коэффициент теплоемкости; $\gamma$ — удельный вес)
Гомохронности	$\nu t / l = idem = [Ho]$
Пекле, для движущейся жидкости с заданным тепловым состоянием	$\nu l / a = idem = [Pe]$
Нуссельта	$al / \lambda = idem = [Nu]$
Кирпичева	$kl / \lambda = idem = (k_l)$ (здесь $k$ — коэффициент теплопередачи)
Прандтля	$\gamma_0 / a = idem = [Pr]$ (здесь $\gamma_0$ — коэффициент кинематической вязкости)

ЛИТЕРАТУРА

Берг А. И., Веников В. А. Введение к сборнику «Кибернетика на службу коммунизму». Кибернетические проблемы энергетических систем. Т. 7. М., «Энергия», 1973.

Бермант М. А., Семенов Л. К., Сулицкий В. Н. Математические модели и планирование образования. М., «Наука», 1972.

Варламов Р. Г. Введение в теорию конструирования РЭА. М., «Советское радио», 1970.

Веников В. А. Моделирование в науке и технике. «Наука и человечество», М., «Знание», 1972.

Веников В. А. Теория подобия и моделирования (применительно к задачам электроэнергетики) М., «Высшая школа», 1966.

Дубинин Н. П. Гравитационная биология. — «Правда», 1974.

Клайн С. Д. Подобие и приближенные методы. М., «Мир», 1968.

Моисеев Н. Н. Имитационные модели. М., «Знание», 1972.

Нагорных Л. Г. Методы размерностей, подобия и моделирования в некоторых разделах современной физики. — В сб.: «Кибернетика на службу коммунизму». Т. 7. М., «Энергия», 1973.

Новик И. Б. О методологическом статусе моделирования. М., «Энергия», 1973.

Патрунов Ф. Г. Электронные модели. М., «Московский рабочий», 1973.

Репин Л. За дверью незнакомая планета. Л., «Комсомольская правда», 1971.

Шенк Х. Теория инженерного эксперимента. М., «Мир», 1972.

Шилейко В. А. Основы аналоговой техники. М., «Энергия», 1967.

СОДЕРЖАНИЕ

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПОЗНАНИЕ . . . . .	3
МЕТОДОЛОГИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРИЕМЫ СОЗДАНИЯ МОДЕЛЕЙ . . . . .	37
ЗАКЛЮЧЕНИЕ . . . . .	57
ПРИЛОЖЕНИЕ . . . . .	59
ЛИТЕРАТУРА . . . . .	62